Lycée Secondaire Ibn charef thala | Devoir de contrôle n°4 | 2ème SC1

Année scolaire : 2019-2020 | Réalisé par :Elassidi Nasr

Exercice N .01(10 points)

Soit la suite (U_n) définie sur IN par $\begin{cases} U_0 = -1 \\ U_{n+1} = 3 - \dfrac{2}{U_n} \quad \text{pour tout } n \in IN \end{cases}$

1. Vérifier que (U_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.
2. On définit sur IN la suite (V_n) par : $V_n = \dfrac{U_n - 2}{U_n - 1}$.

a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b) Exprimer V_n en fonction de n.

c) Vérifier que $V_n = 1 - \dfrac{1}{U_n - 1}$ puis exprimer U_n en fonction de n.

3. a) Calculer en fonction de n, $S = \sum_{k=0}^{n-1} V_k$

b) En déduire la somme. $S' = \sum_{k=0}^{n-1} \dfrac{1}{U_k - 1}$

4. Dans un récipient de contenance 1l , on verse de l'huile successivement : $\dfrac{1}{2}$l , $\dfrac{1}{4}$l , $\dfrac{1}{8}$l , $\dfrac{1}{16}$l , …

a) Au bout de combien d'opérations, le récipient contient au moins $\dfrac{4095}{4096}$l ?

b) Peut-on ainsi remplir le récipient ?

Exercice.02(10 points)

Soit $f(x) = -2\sin^2 x + \cos x + 1$ avec $x \in [0,\pi]$.

1. Calculer $f(0)$, $f\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$ et $f\left(\dfrac{2\pi}{3}\right)$.
2. a) Montrer que $f(x) = 2\cos^2 x + \cos x - 1$.

b) Résoudre dans $[0,\pi]$ l'équation : $f(x) = 0$ et f(x)=1

3. Calculer : $A = \sin^2\dfrac{\pi}{8} + \cos\dfrac{3\pi}{8} + \sin^2\dfrac{3\pi}{8} + \cos\dfrac{5\pi}{8}$

$B = \sin^2\dfrac{\pi}{12} + \sin^2\dfrac{5\pi}{12} + \sin^2\dfrac{7\pi}{12} + \sin^2\dfrac{11\pi}{12} + \sin^2\dfrac{3\pi}{12}$

4) -Résoudre dans $[0;\pi]$ l'équation suivante :

$$1 + \frac{\cos x}{1-\cos x} + \left(\frac{\cos x}{1-\cos x}\right)^2 + \left(\frac{\cos x}{1-\cos x}\right)^3 + \dots\dots + \left(\frac{\cos x}{1-\cos x}\right)^{11} = 0 .$$