

Exercice n°1(4pts)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1} \quad \forall x \in \mathbb{R}$

1)a)Vérifier que $f(x) = 1 - \frac{2}{x^2+1} \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

b)Majorer alors f sur \mathbb{R} .

2)a)Justifier que f est continue sur \mathbb{R} .

b)Montrer que l'équation $f(x)=x$ admet au moins une solution dans $[-1; 0]$

Exercice n°2(7pts)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+3x-4}{x-1} & \text{si } x \in]-\infty; 1[\\ 20 \left(\frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} \right) & \text{si } x \in]1; +\infty[\end{cases}$

1)Calculer $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$.

2)a) f admet-elle une limite en 1 ?(justifier).

b) f est-elle prolongeable par continuité en 1 ? si oui donner sa prolongement.

3)Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.Interpréter graphiquement le résultat obtenue.

4)Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

5)Montrer que f est continue sur $]1; +\infty[$.

Exercice n°3(5pts)

Dans le plan orienté dans le sens direct ,on considère un rectangle ABCD de centre O tel que $AB=4\text{cm}$ et $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$.Soit (C) le cercle circonscrit au rectangle ABCD .

1)Déterminer les distances BC et AC.

2)Calculer $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

3) Donner la mesure principale de chacun des angles suivants $(\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DC})$ et $(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC})$.

4) Déterminer et construire l'ensemble suivant :

$$\zeta = \left\{ M \in P \text{ tel que } (\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MC}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi] \right\}$$

Exercice n°4(4pts)

Dans le plan on considère le triangle ABC tel que $AC=4$, $BC=5$ et $\widehat{ACB} = \frac{\pi}{3}$

1)a) Calculer $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$

b) Soit H le projeté orthogonal de A sur (BC). Déduire CH.

2) Soit G le barycentre des points pondérés (A, -1) et (C, 2)

a) Montrer que $2MC^2 - MA^2 = MG^2 - 32$.

b) Déterminer alors l'ensemble $E = \{M \in P \text{ tel que } 2MC^2 - MA^2 = 32\}$.

Bon travail