

EXERCICE N1(3points)

Pour chacune des questions suivantes cocher la seule réponse correcte

$ABCDEFGH$ est un cube d'arête 1

On muni l'espace d'un repère orthonormé $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE})$

1) $\overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{FD} =$

- 1 0 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

2) $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} =$

- \overrightarrow{EA} $\sqrt{2} \overrightarrow{AE}$ \overrightarrow{AE}

3) $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AE} =$

- \overrightarrow{AC} \overrightarrow{AD} \overrightarrow{DA}

4) L'intersection des plans d'équations $x = 1$ et $z = 1$ est la droite

- (BE) (BG) (FG)

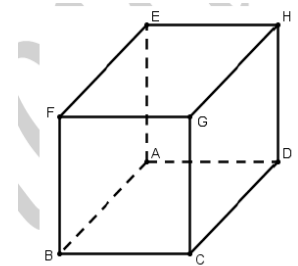
5) Une équation du plan (ACE) est

- $x + y = 0$ $x - y = 0$ $x - y = 1$

6) L'intersection de la sphère d'équation : $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ avec le plan

$P: z = 1$

- Un point l'ensemble vide un cercle

**Exercice n°2 8pts**

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

On considère les points $A(3; 2; 4)$ et $B(0; 3; 5)$ et $C(3; 1; 0)$

1) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

En déduire que les points $A; B$ et C déterminent un plan que l'on notera P

Vérifier que : $x + 4y - z - 7 = 0$ est une équation cartésienne du plan P

En déduire l'aire du triangle ABC

2) Soit le point $E(1; m + 2; -1)$ ou m est un réel

a) Calculer, en fonction de m , $(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AE}$

b) En déduire la valeur de m pour que E soit un point du plan P

3) Dans la suite on prend $m = 2$. Soit H le projeté orthogonal du point E sur P

a) Calculer le volume de tétraèdre $EABC$

b) En déduire la distance EH

4) a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (EH)

b) Déterminer les coordonnées du point H

5) Soit S l'ensemble des points $M(x; y; z)$ de l'espace tels que

$$S : x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 4y - 10z + 15 = 0$$

a) Montrer que S est une sphère dont on précisera le rayon et le centre

b) Vérifier que la droite (AI) est perpendiculaire au plan P

c) Déterminer la position relative du plan P et la sphère S

Exercice N°3 8 Pts

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$

et on désigne par C_f sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1) Montrer f est définie sur $]-\infty; 0] \cup [2; +\infty[$

2) Montrer que la droite $\Delta : x = 1$ est un axe de symétrie pour C_f

3) Soit g la restriction de f à l'intervalle $I = [2; +\infty[$

a) Montrer que la droite $D: y = x - 1$ est une asymptote oblique à C_f au voisinage de $+\infty$

b) Etudier la position de C_g et la droite D sur $[2; +\infty[$

c) Etudier la dérivabilité de f à droite en 2 et interpréter le résultat obtenu

d) Pour $x \in]2; +\infty[$ calculer $g'(x)$ et établir le tableau de variation de g

e) Tracer C_g et D dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

4) Tracer Δ et déduire C_f dans le même repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

5) a) Montrer que g réalise une bijection de $[2; +\infty[$ sur $[0; +\infty[$

On note g^{-1} la réciproque de g

b) Montrer que g^{-1} est continue sur $[0; +\infty[$

c) Montrer que g^{-1} est dérivable à droite en 0 et calculer $(g^{-1})'_d(0)$

d) Montrer que g^{-1} est dérivable sur $[0; +\infty[$. calculer $(g^{-1})'(\sqrt{3})$

e) Calculer $g^{-1}(x)$ en fonction de x pour tout $x \in [0; +\infty[$ retrouver $(g^{-1})'(\sqrt{3})$

f) Tracer $C_{g^{-1}}$ dans le même repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$