

# Bac blanc 2018

L-S : E-Elhaythem

A-S : 2017 / 2018

Epreuve : Mathématiques

Durée : 3 h

coef : 3

Prof : D – Ali

Niveau : 4 inf

## Exercice N°1 : 05 pts

Dans une région de  $1000 \text{ Km}^2$  ; la superficie des terrains urbanisés entre 1986 et 2014 est donnée par le tableau suivant :

Année	1986	1990	1994	1998	2002	2006	2010	2014
Rang de l'année : X	0	4	8	12	16	20	24	28
Superficie en $\text{Km}^2$ : Y	80	94	110	129	152	178	205	236

1°) a) Donner le coefficient de corrélation linéaire  $r$  de la série  $(X ; Y)$  ; arrondie à  $10^{-2}$  près .

b) Un ajustement affine de  $Y$  en  $X$  est – il possible ? Justifier.

c) Déterminer un ajustement affine de  $Y$  en  $X$  par la méthode de Mayer.

d) En déduire une estimation  $E_1$  de la superficie des terrains urbanisés en 2020.

e) A partir de quelle année ; la superficie des terrains urbanisés pourra dépasser  $350 \text{ Km}^2$ .

2°) On pose  $Z = \ln(Y)$

a) Donner les valeurs de  $Z$  arrondies à  $10^{-2}$  près.

b) Donner le coefficient de corrélation linéaire  $r'$  de la série statistique  $(X ; Z)$  arrondie à  $10^{-4}$  près

c) Déterminer un ajustement affine de  $Z$  en  $X$  par la méthode des moindres carrés.

d) En déduire une estimation  $E_2$  de la superficie des terrains urbanisés en 2020.

## Exercice N°2 : 04pts

On considère dans  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  l'équation (E) :  $10x - 3y = 5$

1°) a) Vérifier que  $(-1 ; -5)$  est une solution de l'équation (E) .

b) Résoudre l'équation (E) .

2°) Soit le couple  $(x ; y)$  une solution de (E) .

a) Montrer que : 
$$\begin{cases} x \equiv 2 \pmod{3} \\ y \equiv 5 \pmod{10} \end{cases}$$

b) En déduire que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a : 
$$\begin{cases} x^{2n+1} \equiv 2 \pmod{3} \\ y^{2n+1} \equiv 5 \pmod{10} \end{cases}$$

c) Montrer alors que :  $2x^{2n+1} - 3y^{2n+1} \equiv 1 \pmod{10}$

**Exercice N°3 : 04pts**

Une urne contient : une boule blanche ; une boule rouge et trois boules noires . toutes indiscernables au toucher.

1°) on tire une boule. Calculer la probabilité de l'événement

A " il reste dans l'urne exactement deux couleurs "

2°) On tire successivement et sans remise, deux boules de l'urne . Calculer la probabilité pour

Qu'il reste dans l'urne exactement deux couleurs.

3°) On tire simultanément deux boules de l'urne. on désigne par X l'alea numérique qui prend

Pour valeur le nombre de couleur qui restent dans l'urne.

a) Déterminer la loi de probabilité de X .

b) Calculer l'espères  $E(X)$

c) Calculer la variance et l'écart –type de X .

d) Représenter graphiquement la fonction de répartition F dans un repère orthogonal du plan.

**Exercice N°4 :07pts**

A) Soit  $g(x) = (1 - x) e^{-x} + 1$

1) Etudier le sens de variation de g sur IR

2) En déduire que pour tout réel x on a :  $g(x) > 0$

B) Soit la fonction f définie sur IR par :  $f(x) = x e^{-x} + x$  . on désigne par  $\zeta_f$  la courbe représentative de f dans un repère orthonormé  $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$  du plan .

1) a) Montrer que f est dérivable sur IR et que pour tout réel x ;  $f'(x) = g(x)$

b) Dresser le tableau de variation de f

2) a) Montrer que la droite D :  $y = x$  est une asymptote à  $\zeta_f$  au voisinage de  $(+\infty)$

b) Etudier la position de  $\zeta_f$  par rapport à D

c) Donner une équation de la tangente T à  $\zeta_f$  en son point d'abscisse 1 .

d) Tracer T . D et  $\zeta_f$

3°) soit  $\alpha \in \mathbb{R}^*_+$  . On désigne par  $A(\alpha)$  l'aire de la partie du plan limitée par  $\zeta_f$  ; D et les droites

d'équations  $x = 0$  et  $x = \alpha$

Calculer  $A(\alpha)$  et  $L$  im  $A(\alpha)$ .

4°) Pour  $x < 1$ , on pose  $h(x) = \ln(g(x) - 1)$

a) Vérifier que  $h(x) = -x + \ln(1 - x)$  et que  $\frac{-x}{1-x} = 1 - \frac{1}{1-x}$

b) Calculer l'intégrale :  $I = \int_{-1}^0 \ln(1 - x) dx$

c) En déduire l'intégrale  $J = \int_{-1}^0 h(t) dt$

