

Exercice N .01(4 ,5 points)

L'utilisation de la calculatrice est autorisée.

On donne dans la page (3) la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

1) Calculer les limites suivantes :

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) & , \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) & \lim_{x \rightarrow 1} |f(x)| \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) + 2 & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} & \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{f(x)} \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2}{f(x) - x + 1} & \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{f(x)} & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) - x^2 + 1}{x} \end{aligned}$$

2) Dresser le tableau de variation de la fonction f .

3) soit m un réel, discuter suivant les valeurs de m le nombre de solutions de l'équation $f(x) = m$.

4) Soit la fonction définie par $g(x) = f(-|x|)$

a-Montrer que g est paire.

b-Déduire la représentation graphique de g (Tracer avec une autre couleur munie de ses asymptotes)

Exercice N .02(6points)

On considère la fonction f définie par :
$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = -x + \sqrt{x^2 + x + 1} \text{ si } x < 0 \\ f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x + 2} \text{ si } x \geq 0. \end{array} \right.$$

et soit ζ sa courbe représentative dans un repère orthonormé,

1) Déterminer le domaine de définition de f .

2) Etudier la continuité de f en 0.

3) a-déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

b-Montrer que pour tout $x < 0$ on a $f(x) + 2x + \frac{1}{2} = \frac{3}{4\sqrt{x^2 + x + 1} - 4x - 2}$

c-En déduire que la droite Δ d'équation $y = -2x - \frac{1}{2}$ est une asymptote à ζ au voisinage de $-\infty$.

d- Etudier la position de ζ par rapport à Δ sur $]-\infty, 0[$

4) a-Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

b-Vérifier que $f(x) = x - 1 + \frac{1}{x + 2}$.

c- Montrer que la droite $y = x - 1$ est une asymptote à ζ au voisinage de $+\infty$.

5) Montrer que f est dérivable en tout réel $a \in [0, +\infty[$ et que $f'(a) = 1 - \frac{1}{(a + 2)^2}$

Exercice N .03(05 points)

Le plan est muni du repère orthonormé direct $R(O, \vec{I}, \vec{J})$

On donne les points $A(3\sqrt{3}, 3)$, $B(3\sqrt{3}, -3)$ et $C(4\sqrt{3}, 0)$.

1) a- Calculer $\vec{CA} \cdot \vec{CB}$ et $\det(\vec{CA}, \vec{CB})$ puis déduire $\cos(\vec{CA}, \vec{CB})$ et $\sin(\vec{CA}, \vec{CB})$
b- Déterminer la mesure principale de l'angle orienté (\vec{CA}, \vec{CB}) .

2) a- Déterminer les coordonnées polaires de A et B.

b- Construire les points A et B dans le repère R.

3) a- Donner la mesure principale de l'angle orienté (\vec{OA}, \vec{OB})

b- Déduire la nature du triangle OAB.

4) a- Montrer que les points O, A, B et C sont situés sur un même cercle (ζ)

b- On pose K le centre de (ζ). Montrer que K est le milieu de [OC]

On donne $\cos(-\frac{2\pi}{3}) = \frac{-1}{2}$; $\sin(-\frac{2\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ « « $\cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$

$\cos(\alpha) = \cos(-\alpha)$ et $\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$

Exercice N .03(05 points)

Dans le plan orienté dans le sens direct, on considère le triangle ABC isocèle en A

Tel que : $(\vec{AB}, \vec{AC}) = \frac{-47\pi}{4} [2\pi]$ et ζ son cercle circonscrit.

1) a- Donner la mesure principale de (\vec{AB}, \vec{AC})

b- Calculer la mesure principale de (\vec{CA}, \vec{CB})

2) Soit D le point du plan vérifiant $AD=AB$ et $(\vec{AC}, \vec{AD}) = \frac{35\pi}{4} [2\pi]$

a) Donner la mesure principale de (\vec{AC}, \vec{AD})

b) Evaluer (\vec{AD}, \vec{BC})

c) Interpréter le résultat obtenu puis placer le point D.

d) Déterminer (\vec{DB}, \vec{DC})

3) Soit I le projeté orthogonal de B sur (AC) et J le projeté orthogonal de C sur (AB)

a) Déterminer (\vec{IJ}, \vec{BC})

b) Déduire que (IJ) et (AD) sont parallèles.

□ □