Exercice 1

Déterminer le domaine de définition D_f de la fonction f dans chacun des cas suivants :

1) $f(x) = \sqrt{x} + \dfrac{x+3}{x-2}$ **2)** $f(x) = \dfrac{1}{x^2+x-2}$ **3)** $f(x) = \dfrac{-3}{|x|-2}$ **4)** $f(x) = \dfrac{x+1}{x^2+4}$

5) $f(x) = \dfrac{\sqrt{1-x^2}}{1-\sqrt{x+2}}$ **6)** $f(x) = \sqrt{1-\dfrac{4}{|x^2|}}$ **7)** $f(x) = \dfrac{\sqrt{|x|-2}}{x+1}$

8) $f(x) = \dfrac{x^2+2x-1}{2x^2-3x+2}$ **9)** $f(x) = \dfrac{x^2+1}{2x^2+5x-3}$ **17)** $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+3x+2}}{\sqrt{-x^2-2x+3}}$

Exercice 2

b. Images et antécédents

$\mathcal{C}_f$ est la courbe représentative d'une fonction f.

1. a. Donner l'ensemble de définition de f.

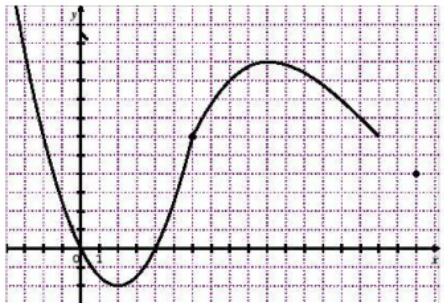
b. Lire les images de : 2 ; 6 ; 8 ; 0 et 4.

c. Lire les antécédents de : 0 et 6.

2. a. Donner l'ensemble des abscisses des points de $\mathcal{C}_f$ situés au dessus de l'axe des abscisses.

b. Quels sont les réels égaux à leurs images.

c. Donner le tableau des variations de f.



Exercice 3

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) - 2f(-x) = x^6 - 2x^2$

1) Montrer que la fonction f est paire.

2) Déterminer $f(x)$.

Exercice 4

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 3(2x+5)^2 - 4$

1) Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}$ on a : $f(x) \geq -4$

2) Montrer que $\forall a \in \mathbb{R}$ et $\forall b \in \mathbb{R}$ on a : $f(a) - f(b) = 12(a+b+5)(a-b)$

3) En déduire la monotonie de f sur les intervalles $\left]-\infty, -\frac{5}{2}\right]$ et $\left[-\frac{5}{2}, +\infty\right[$

Exercice 5

Etudier la parité des fonctions suivantes : $f(x) = 3x^4 + x^2$ $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$

$f(x) = -2x^2 + 3|x| - 1$ $f(x) = \dfrac{x^3 - x}{x^2 + |x|}$ $f(x) = 3x^2 - 2x$

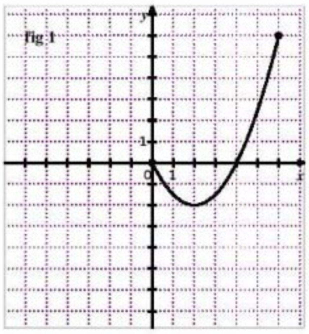
Exercice 6

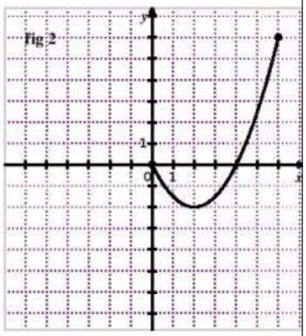
1. a. La fonction *f*, définie sur [-6, 6] est partiellement représentée **(fig1)**, est impaire compléter la courbe de *f*.

b. Dresser le tableau de variation de f.

2. a. La fonction *g*, définie sur [-6, 6] est partiellement représentée **(fig2)**, est paire compléter la courbe de *g*.

b. Dresser le tableau de variation de *g*





3.Étudier la parité des fonctions *f* définies sur IR par :

a/ $f(x)=\dfrac{|x|}{x^2+1}$ **b/** $f(x)=5x^3-x$ **c/** $f(x)=2x^2+x$

Exercice 7

Soit f la fonction définie sur]-2 ; + ∞[par $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+2}$

1. Déterminer deux réels a et b tels que pour tout x de]-2 ; + ∞[, $f(x)=a+\dfrac{b}{x+2}$
2. En déduire les variations de f. (***Justifier soigneusement***)
3. Démontrer que 2 est un majorant de $f(x)$ sur]-2 ; + ∞[.

Exercice 8

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=|2-x|+2|x+2|-x$

1. Montrer que f est une fonction affine par intervalle.
2. Tracer la courbe de f dans un repère orthonormé.

Exercice 9

Soit la fonction f définie par : $f(x)=2x^2-4x+3$

1) Déterminer le domaine de définition D_f de f

2) a) Montrer que f est strictement décroissante sur $]-\infty\,,1]$

b) Montrer que f est strictement croissante sur $[1\,,+\infty[$

Exercice 10

Soit la fonction f définie par : $f(x)=\frac{x+3}{x-1}$

1) Déterminer le domaine de définition D_f de f

2) Montrer que f est décroissante sur chacun des intervalles $]-\infty\,,1[$ et $]1\,,+\infty[$

Exercice 11

Montrer que les fonctions suivantes sont bornées, majorées ou minorées sur l'intervalle I indiqué :

a) $f(x) = x^2 - 3x + 2 \quad I = [2\,,3]$ b) $f(x) = \sqrt{x^2+2} \quad I =]-\infty\,,4]$

c) $f(x) = \dfrac{2x-1}{3x-2} \quad I = [1\,,3]$ d) $f(x) = \dfrac{2x+3}{x^2+1} \quad I = [0\,,2]$

Exercice 12

Soit les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 + 6x + 4$ et $g(x) = x^2$

On désigne par C_g la courbe de la fonction g et par C_f celle de la fonction f.

1) Montrer qu'il existe trois réels a, α et β tel que $f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$.
2) En déduire alors que $C_f = t_{\vec{u}}(C_g)$ où $\vec{u}$ est un vecteur à préciser.
3) Etudier les variations de g et tracer dans le même repère C_g et C_f.
4) Donner un minorant de f en justifiant la réponse.

Exercice 13

Soit la fonction f définie par :$f(x) = x^3 - 3x$

1) Montrer que f est impaire
2) a) Soient a et b deux réels distincts, montrer que :

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = b^2 + ab + a^2 - 3$$

b) En déduire que f est croissante sur chacun des intervalles $]-\infty\,,1]$ et $[1\,,+\infty[$ et qu'elle est décroissante sur l'intervalle $[-1\,,1]$

Exercice 14

Soit la fonction f définie par :$f(x) = x^3 - 3x$

1) Montrer que $f$est impaire

2) a) Soient a et b deux réels distincts, montrer que :

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = b^2 + ab + a^2 - 3$$

b) En déduire que f est croissante sur chacun des intervalles $]-\infty , 1]$ et $[1 , +\infty[$ et qu'elle est décroissante sur l'intervalle $[-1 , 1]$