Lycée Cité El Amel Gabes — Année scolaire :2015/2016

Devoir de controle n°1

3emeM — (*Durée : 120 mn*) — *Mme:S- JEMEL+Mr: S-SOLA*

EXERCICEN°1 (2,5 pts)

1) Soit f une fonction définie sur IR par $3f(x) - f(-x) = x^2+1$.

   a) Montrer que f est paire.

   b) Déterminer l'expression de f(x)

2) Choisir la bonne réponse.

   i) Si $\vec{u}.\vec{v} = \vec{u}.\vec{w}$ alors :

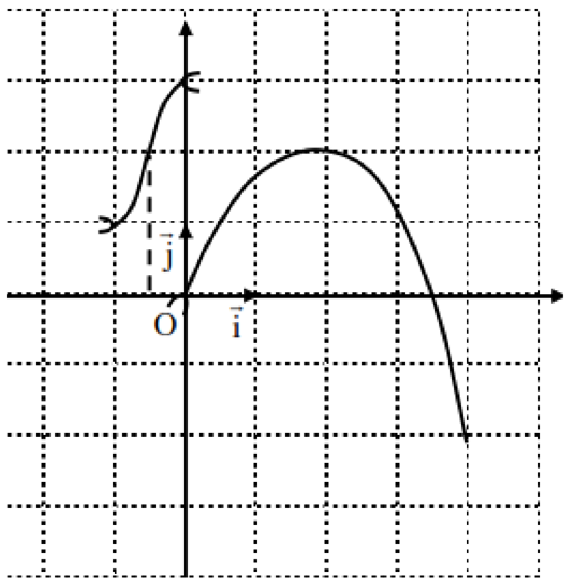
   a) $\vec{v} = \vec{w}$ b) $(\vec{v} - \vec{w})$ et $\vec{u}$ sont orthogonaux c) $(\vec{v} - \vec{w})$ et $\vec{u}$ sont colinéaires

   ii)) Si $\|\vec{u} + \vec{v}\| = \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$ alors :

   a) $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux b) $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires et de sens contraires c) $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires et de même sens

EXERCICEN°2 (4 pts)

Le graphique ci-contre est la courbe représentative d'une fonction *f* définie sur $]-1,4]-\{0\}$



1) Par une lecture graphique

   a) Trouver l'ensemble des réels x vérifiant $0 \le f(x) \le 2$

   b) Déterminer $f(]-1,0[)$ et $f(]-1,4]-\{0\})$

   c) Déterminer Le nombre de solutions de chacune des équations : $f(x) = 0$ et $f(x) = 1$

   d) i) Donner $\lim_{x\to 0^-} f(x)$ et $\lim_{x\to 0^+} f(x)$.

   ii) *f* admet –elle une limite en 0 ? justifier.

2) Soit la fonction g définie sur $]-1,4]-\{0\}$ par : $\begin{cases} g(x) = xf(x) & si\ -1 \prec x \prec 0 \\ g(x) = f(x) & si\ 0 \prec x \le 4 \end{cases}$

   La fonction g est-elle prolongeable par continuité en 0 ?

www.devoirat.net 2017

EXERCICEN°3 (8 pts)

A)Soit *f* la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\begin{cases} -x^2+x-1 & si \;\; x\le 1 \\ (x-3)E(x)+\dfrac{1}{4} & si \;\; 1\prec x\le 3 \\ \dfrac{\sqrt{x+1}-2}{x-3} & si \;\; x\succ 3 \end{cases}$

1) a) Montrer que $\forall x\le 1$ *on* a: $f(x)+\dfrac{3}{4}=-(x-\dfrac{1}{2})^2$

   b) On déduire que f est majorée sur $]-\infty,1]$

2) a) Calculer $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 3^+} f(x)$

   b) f est-elle continue en 3.

3) Etudier la continuité de f en 1.

B) Soit g la fonction définie sur $]-\infty,1]$ par g(x) = $2x^3$ + f(x) (f est la fonction définie dans la partie A).

1) Montrer que g est continue sur $]-\infty,1]$

2) a) Soit a et b deux réels de $]-\infty,1]$

Montrer que $g(b)-g(a)=(b-a)\left[(a+b)^2+(a-\dfrac{1}{2})^2+(b-\dfrac{1}{2})^2+\dfrac{1}{2}\right]$

   b) En déduire que g est strictement croissante sur $]-\infty,1]$

3) a) Montrer que l'équation g(x) =0 admet une unique solution α dans $]0,1[$

   b) En déduire que α est l'unique solution de l'équation g(x) =0 dans $]-\infty,1]$

   c) Montrer que $\dfrac{1}{\alpha^3}-\dfrac{1}{\alpha^2}+\dfrac{1}{\alpha}=2$

   d) Donner le signe de g(x) suivant x, $x\in]-\infty,1]$

EXERCICEN°4 (5,5 pts)

Soit A et B deux points du plan tels que AB=6 , G le barycentre de (A,2) ,(B,1) et Δ la droite perpendiculaire à (AB) en G.

On note C un point de Δ tel que AC =4

1) a) Calculer AG et BG.

   b) Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

   c) En déduire $\cos(B\hat{A}C)$

2) Montrer que pour tout point M du plan on a :$2MA^2 + MB^2 = 3MG^2 + 24$.

3) Soit (Γ)= { M$\in$P ; $2MA^2+MB^2=60$}

   a) Vérifier que C $\in(\Gamma)$.

   b) Déterminer alors et construire l'ensemble (Γ).

4) Soit l'ensemble (ξ)={M$\in$P ; $4MA^2-MB^2=0$}

   a) Déterminer et construire l'ensemble (ξ).

   b) (Γ) et (ξ) se coupent en I et J. Calculer AI et AJ

www.devoirat.net 2017

www.devoirat.net 2017