

Devoir de contrôle N°4

LS :02/03/34

Goubellat

Date :29/04/2017

Classe : 4^{eme} année

Prof :Hamdi

Section: Sciences De L'informatique

Epreuve: Mathématique

Durée:2h

Coefficient:3

EXERCICE N° 1 (4.5 Pts)

Le tableau ci-dessous donne , pour des filles entre 1 et 14 ans , la taille moyenne X (en centimètres) et le poids moyen Y (en kilogramme)

| Age | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
|-----|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| X | 72.5 | 84.5 | 92.8 | 99.7 | 106.4 | 112.4 | 118.2 | 123.9 | 129.4 | 134.8 | 140.1 | 147.4 | 154.4 | 157.9 |
| Y | 9.2 | 11.6 | 13.6 | 15.3 | 17.2 | 19 | 22.3 | 23.8 | 26.7 | 29.7 | 33 | 37 | 45 | 48.3 |

1 °) Tracer le nuage de la serie (X , Y)

2 °) Calculer la moyenne \bar{X} et l'ecart type σ_X On pose $Z = \text{Log } Y$

3 °) Déterminer les valeurs prises par Z (les valeurs seront arrondis au millieme)

4 °) Verifier qu'on peut realiser un ajustement affine par la méthode des moindres carrés de la serie (X , Z)

5 °) Donner une équation de la droite d'ajustement affine D de Z en X obtenue par la méthode de moindres carrés

(Les coefficients de la droite de régression seront arrondis au millieme)

6 °) En déduire la relation $Y = 2,27 e^{0,019 X}$

7 °) Estimer le poids moyen des filles de 17 ans ayant une taille moyenne égale à 165 cm

EXERCICE N° 2 (5 Pts)

Une équipe de Foot_ball participe chaque année dans deux tournois l'un concerne la coupe et l'autre le championnat

La probabilité pour que cette équipe gagne le championnat est de 0,4 , celle que cette équipe gagne la coupe quand elle gagne le championnat est de 0,7 et la probabilité que cette équipe gagne la coupe quand elle n'a pas gagné le championnat est de 0,3

On note par B et C les deux événements

B " l'équipe gagne le championnat "

C " l'équipe gagne la coupe "

1 °) a°/ Donner un arbre qui illustre les données ci _dessus

b°/ Calculer la probabilité pour que cette équipe ne gagne ni le championnat_ ni la coupe

c°/ Calculer la probabilité pour que cette équipe gagne la coupe

d°/ Calculer la probabilité pour que cette équipe gagne le championnat sachant qu'elle a gagné la coupe

2 °) La fédération de Foot _ ball consacre 200 mille dinars pour l'équipe qui remporte le championnat et 100 mille dinars pour l'équipe qui remporte la coupe

Quel est le revenu moyen de cette équipe

3 °) Cette équipe participe 5 années successives dans ces deux tournois , le résultat de chaque année est indépendant des autres

Calculer la probabilité pour que cette équipe remporte au moins deux fois la coupe et le championnat

EXERCICE N° 3 (4.5 Pts)

On considère la suite U définie sur \mathbb{N} par : $U_n = \int_1^e x (\text{Log } x)^n dx$

1 °) Calculer U_0

2 °) a°/ Montrer que $U_n = \frac{1}{2} (e^2 - n U_{n-1})$

b°/ Calculer U_1 et U_2

c°/ En déduire $\int_1^e x (1 - \text{Log } x)^2 dx$

3 °) a°/ Montrer que la suite U est décroissante

b°/ Montrer que la suite U est minorée

c°/ Montrer que la suite U est convergente

4 °) On admet que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $U_n \leq \frac{e^2}{n+2}$; calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

EXERCICE N° 4 (6 Pts)

Dans le repère orthonormé (O, \vec{I}, \vec{J}) la courbe (C_f) représente une fonction définie

et dérivable sur \mathbb{R} par : $f(x) = a e^{-x} + b x^{-2}$; où a et b sont deux réels

* la droite D : $y = x - 2$ est une asymptote oblique à (C_f) au voisinage de $+\infty$

* la courbe (C_f) admet une branche infinie de direction l'axe $(O; \vec{J})$ au voisinage de $-\infty$

* la courbe (C_f) admet une tangente horizontale au point A

* la courbe (C_f) coupe l'axe (O, \vec{I}) au point B $(\alpha, 0)$ où $\alpha \in \mathbb{R}$

1 °) par une lecture graphique déterminer

a°/ $f(0)$ et $f(\alpha)$

$$b^{\circ} / \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$$

c^o/ En déduire les valeurs de a et b

2 °) On pose dans la suite que $f(x) = 2e^{-x} + x - 2$

a^o/ Calculer $f'(x)$ pour tout réel x

b^o/ En déduire les coordonnées du point A

3 °) Soit A l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C_f) et les droites d'équations respectives

$$x = \alpha ; x = 0 \text{ et } D : y = x - 2$$

Calculer A

4 °) On note g la restriction de f sur $[\log 2, +\infty[$

a^o/ Montrer que g réalise une bijection de $[\log 2, +\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera

b^o/ Construire (C') la courbe de g^{-1} dans le même repère (O, \vec{I}, \vec{J})

BONNE CHANCE

Nom :.....

Prénom :.....

Classe :.....

