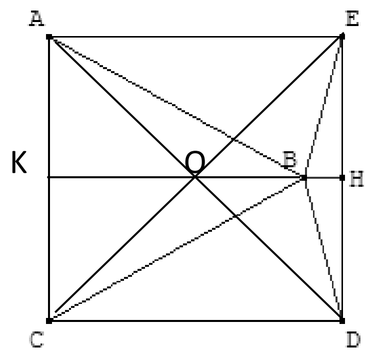
Exercice n°1 (6 points)

1) Démontrer que pour tout nombre réel α : $(\cos\alpha)^4 - (\sin\alpha)^4 = 2(\cos\alpha)^2 - 1$.
2) Sachant que: $\cos\frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$, calculer la valeur exacte de $\sin\frac{\pi}{8}$ puis celle de $\tan\frac{\pi}{8}$.
3) En utilisant les formules usuelles et les valeurs remarquables des sinus et cosinus, déterminer les valeurs exactes des réels suivants : $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$ et $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$.

Exercice n°2 (6 points)



ACDE est un carré de côté $x = 2\,unités$ et ABC est un triangle équilatéral. Soit O l'intersection des diagonales [AD] et [CE] et r la rotation directe de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$

1) Recopier (sur vos copies) les phrases suivantes puis les compléter

r(A)=….. r(C)=….. r(D)=….. r([OA])=….. r((CD))=…..

2) Montrer que ABE est un triangle isocèle et calculer ses angles.
3) En déduire que $\widehat{BED} = \frac{\pi}{12}$
4) Calculer BH et en déduire le calcul exact de $\cos\frac{\pi}{12}$.

Exercice n°3 (8 points)

On considère les deux suites U et V définies sur IN par: $U_n = \frac{2^n+3n-1}{2}$ et $V_n = \frac{2^n-3n+1}{2}$

1) Calculer : U_0 ; U_1 et U_2
2) Calculer : V_0 ; V_1 et V_2
3) Soit la suite $(A_n)\ n \in IN$ définie par : $A_n = U_n - V_n$
   a) Montrer que (A_n) est une suite arithmétique.
   b) Calculer la somme S = $A_0 + A_1 + A_2 + \ldots + A_{10}$
4) Soit la suite $(B_n)\ n \in IN$ définie par : $B_n = U_n + V_n$
   a) Montrer que (B_n) est une suite géométrique.
   c) Calculer la somme S' = $B_0 + B_1 + B_2 + \ldots + B_{10}$