

DEVOIR DE CONTRÔLE N°4

MATHÉMATIQUES

Exercice 1 (5 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule réponse est correcte, mettre une croix dans la bonne case.

Questions	Réponses
1. La limite de la fonction $f : x \mapsto \frac{6x^2}{\sqrt{x} + 6x^2}$ à droite en 0 est égale à	<input type="checkbox"/> 1 <input type="checkbox"/> 0 <input type="checkbox"/> 6
2. Si ABC est un triangle tels que : $BA = CB = 4$ et $AC = 2$ alors $\vec{AC} \cdot \vec{AB}$ est égal à	<input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 6 <input type="checkbox"/> 8
3. On se place dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on donne les points : $E(2, -1)$ et $F(-1, 0)$, le réel $\vec{EF} \cdot \vec{j}$ vaut	<input type="checkbox"/> -1 <input type="checkbox"/> -3 <input type="checkbox"/> 1
4. On se donne deux points distincts A et B du plan \mathcal{P} . L'ensemble $E = \{M \in \mathcal{P}; BM = 3MA\}$ est	<input type="checkbox"/> vide <input type="checkbox"/> une droite <input type="checkbox"/> un cercle
5. Si $f(x) = \frac{1}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{3} + \pi x\right)$ alors $f'(x)$ est égal à	<input type="checkbox"/> $\sin\left(\frac{\pi}{6} - \pi x\right)$ <input type="checkbox"/> $\cos\left(\pi x - \frac{\pi}{3}\right)$ <input type="checkbox"/> $\sin\left(\pi x + \frac{\pi}{3}\right)$

Exercice 2 (6 points)

Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \frac{2x - 1}{4x - 1}$$

On désigne par \mathcal{C}_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

- 1/ Déterminer \mathcal{D}_f le domaine de définition de la fonction f .
- 2/ Montrer que f est dérivable sur \mathcal{D}_f et qu'on a : $f'(x) = \frac{2}{(4x - 1)^2}$
- 3/ Dresser le tableau de variation de f .
- 4/ Ecrire l'équation de la tangente à \mathcal{C}_f au point d'abscisse 0.

Exercice 3 (5 points)

Soient les fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = 3x^3 - 9x + 1 \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 + 1}$$

- 1/ Montrer que les fonctions f et g sont dérivables sur \mathbb{R} puis calculer $f'(x)$ et $g'(x)$.
- 2/ Dresser les tableaux de variations des fonctions f et g .
- 3/ On pose $\varphi(x) = f(\sin x)$
 - a) Montrer que l'on a : $\varphi'(x) = -9 \cos^3(x)$
 - b) Dresser le tableau de variations de la fonction φ sur $[-\pi, 2\pi]$.

Exercice 4 (4 points)

Soient \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs du plan tels que :

$$\|\vec{u}\| = 2, \quad \|\vec{v}\| = \sqrt{2} \quad \text{et} \quad (\widehat{\vec{u}, \vec{v}}) = \frac{\pi}{6}$$

- 1/ Calculer $\vec{v} \cdot \vec{u}$ puis montrer qu'on a : $(\vec{u} + \sqrt{2}\vec{v})^2 = 4\sqrt{3} + 8$
- 2/ On pose : $\vec{w}_1 = \sqrt{3}\vec{u} + \sqrt{6}\vec{v}$ et $\vec{w}_2 = \sqrt{3}\vec{u} - \sqrt{6}\vec{v}$
Montrer que les vecteurs \vec{w}_1 et \vec{w}_2 sont orthogonaux.