Lycée Nasrallah « $4^{éme}$ Sc » Prof : Ben Taieb Lotfi	2016/2017 **Série Révision** MATHS **Espaces et intégrales**

Exercice1

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$), on considère les points A(0,-1,-1), B(-1,3,2)et C(23,-1)

1) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

2) En déduire qu'une équation du plan P=(ABC) est : 2x-y+2 z + 1 = 0

3) Soit S l'ensemble des points M(x,y, z) vérifiant : $x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 4z - 4 = 0$

   a. Montrer que S est une sphère dont on précisera le centre I et le rayon R

   b. Montrer que P et S sont sécants suivant un cercle (C) dont on précisera le centre H et le rayon r

   c. Déterminer les équations des plans parallèles à P et tangents à S

4) a. Déterminer l'ensemble D des points M(x,y, z) de l'espace vérifiant : $\overrightarrow{AM} \wedge \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} \wedge \overrightarrow{AC}$

   b. Vérifier qu'une représentation paramétrique de D est : $\begin{cases} x = 3 \propto \\ y = -1 \, ; \quad \propto \in \mathbb{R} \\ z = -1 - 3 \propto \end{cases}$

   c. Calculer d(I, D). Déduire que D et S sont sécants puis préciser $D \cap S$

Exercice 2

Soit la fonction f définie sur ℝ par $f(x) = x + \frac{2x}{\sqrt{1+x^2}}$

1) Etudier la parité de f. Interpréter graphiquement le résultat.

2) Dresser le TV de f

3) a. Montrer que la droite D : y = x + 2 et une asymptote de C_f au voisinage de $+\infty$

   b. On désigne par T la tangente à C_f au point O . Tracer T et C_f

4) Calculer l'aire A de la partie du plan limitée par C_f, D et les droites d'équations x= 0 et x = 1

Exercice 3

On considère la suite U définie par : $U_n = \int_0^1 x^n \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) dx$ pour tout n de $\mathbb{N}^*$

1) A l'aide d'une intégration par parties calculer U_1

2) a. Montrer que $U_n \geq 0$, pour tout n de $\mathbb{N}^*$

   b. Montrer que la suite U est décroissante. En déduire qu'elle convergente

3) Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}^*$, $0 \leq U_n \leq \frac{1}{n+1}$ puis calculer $\lim_{n\to+\infty} \int_0^1 x^n \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) dx$

Exercice4

Calculer les intégrales suivantes : $\int_{-5\pi}^{5\pi} x^{2017} cos^{2017}(x)dx$, $\int_{-1}^{1} |x^3 + x| dx$ et $\int_{-10\pi}^{10\pi} |cosx| dx$

Exercice 5

Soit U la suite définie par $U_0 = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1+3x}} dx$ et pour tout n ≥ 0, $U_n = \int_0^1 \frac{x^n}{\sqrt{1+3x}} dx$

1) Calculer U_0 et U_1

2) a. Montrer que $U_1 + 3U_2 = \int_0^1 x\sqrt{1+3x}\,dx$

   b. Calculer à l'aide d'une intégration par parties U_2

3) a. Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}^*$, $\frac{1}{2(n+1)} \leq U_n \leq \frac{1}{n+1}$

   b. En déduire que U est convergente et calculer sa limite.