Lycée Nasrallah « 4^{eme} SC » Prof : Ben Taieb Lotfi	2016/2017 **Série Révision MATHS** Ln & espaces & intégrales

Exercice1

Soit g la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x) = x^3 +1 -2\ln x$

1) Dresser le TV de g
2) En déduire le signe de g(x)

3) Soit la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x) = x -1 + \frac{\ln x}{x^2}$

a. Montrer que f est dérivable sur$]0, +\infty[$ et que $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$

b. Dresser le TV de f

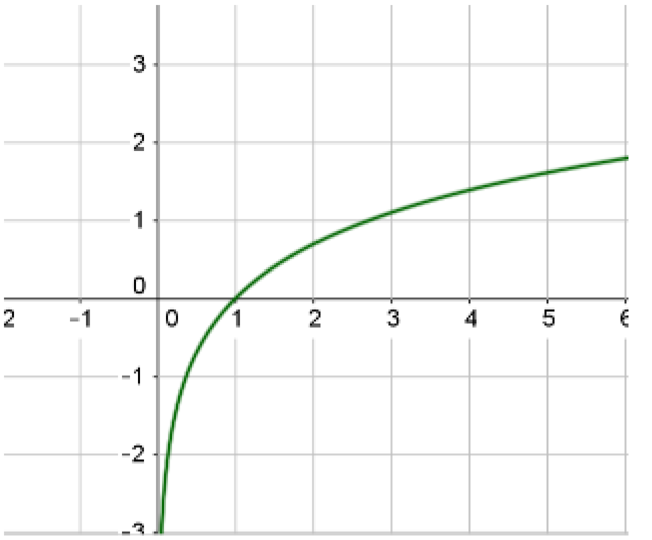
4) Montrer que C_f admet une asymptote oblique D dont on donnera une équation

3) Construire D, T et C_f avec T la tangente à C_f en son point d'abscisse 1

4) Soit $h(x) = 1- \frac{1+\ln(x)}{x}$ $\forall x \in]0, +\infty[$

a. Montrer que h est une primitive de la fonction $x \to \frac{\ln x}{x^2}$ sur $]0,+\infty[$

b. Calculer l'aire A de la partie du plan limitée par la courbe C_f , l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = 2$



Exercice 2

On donne ci- dessous la courbe C de la fonction ln

1) Placer les points de C d'abscisses e et $\sqrt{e}$
2) Soit f la fonction définie sur$]0, +\infty[$ par $f(x) = \ln^2x -\ln x +1$

a. Calculer $\lim_{x\to 0^+} f(x)$, $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$

b. Montrer que pour tout x de$]0,+\infty[$ on a : $f'(x) = \frac{2\ln x -1}{x}$

c. Dresser le TV de f

3)a. Etudier la position relative de C et C_f

b. Tracer C_f dans le même repère que C

4) Soit A l'aire de la partie du plan limitée par les courbes C et C_f et les droites d'équations $x =1$ et $x=e$

Montrer que $\int_1^e \ln^2x\,dx = e -2$ puis calculer A

Exercice 3

L'espace étant muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. Soient les points A(-1,0,3), B(1,2,-1), C(2,-1,2) D(-2,0,0), E(0,0,1) et F(1,-4,1)

1)a. Montrer que pour tout M(x,y, z) de l'espace on a : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MD} = 2x^2 +2y^2 + 2z^2 - y -4z - 8$

b. Soit S l'ensemble des points M de l'espace tels que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MD} = 0$

Montrer que S est une sphère de centre $I(0,\frac{1}{4},1)$ et préciser son rayon R

2) a. Vérifier que A est un point de S, en déduire que les droites (AC) et (AD) sont perpendiculaires

b. Ecrire une équation cartésienne du plan P tangent à S en A

3)a. Soit le plan Q= (DEF). Montrer qu'une équation de Q est : $4x+y-8z+ 8=0$

b. Montrer que S et Q sont sécants suivants un cercle C dont on déterminera le rayon r et le centre H

4) a. Montrer que les plans P et Q sont parallèles

b. Montrer que pour tout point M de P, le volume du tétraèdre MDEF est indépendant de M

c. Calculer ce volume

Exercice 4

Soit f la fonction définie sur [0,1[par $f(x) = \int_0^x \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}$

1) Montrer que f est dérivable sur 0,[et déterminer sa fonction dérivée f'
2) Soit g la fonction définie sur $[0, \frac{\pi}{2}[$ par $g(x) = \int_0^{\sin x} \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}$

a. Montrer que g est dérivable sur $[0, \frac{\pi}{2}[$ et déterminer sa fonction dérivée g'

b. En déduire que pout tout réel x de $[0, \frac{\pi}{2}[$, $g(x) =x$

3) Calculer les intégrales $I = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}$ et $J = \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}$