Exercice 1

On choisit une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes. On note :

A l'événement : "La carte choisie est un pique".

B l'événement : "La carte choisie est rouge (cœur ou carreau)".

C l'événement : "La carte choisie est une figure (valet, dame, roi)".

1) Présenter un modèle mathématique décrivant l'expérience aléatoire.
2) Déterminer les probabilités des évènements $A, B, C, A\cap B, B\cap C, A\cup B, A\cup C$.
3) Déterminer la probabilité de l'événement D "La carte choisie n'est ni un pique ni une figure".

Exercice 2

Dans une assemblée de 250 personnes, on ne remarque que les hommes portant la cravate ou ayant les yeux bleus. Il y a 120 hommes qui portent la cravate, 85 hommes qui ont les yeux bleus, dont 50 portent la cravate.

On discute avec une personne choisie au hasard dans cette assemblée.

1) Quelle est la probabilité que ce soit un homme portant la cravate.
2) Quelle est la probabilité que ce soit un homme aux yeux bleus et portant la cravate.
3) Quelle est la probabilité que ce soit un homme aux yeux bleus ou portant la cravate.
4) Quelle est la probabilité de discuter avec une personne qui n'est ni un homme aux yeux bleus, ni un homme portant la cravate ?

Exercice 3

Dans une école de musique où le nombre d'étudiants est élevé, 70 % des élèves étudient le piano ou le violon et 10 % étudient les deux instruments. Le nombre d'élèves violonistes est égal à 60 % du nombre d'élèves pianistes.

a) On tire au hasard un élève de l'école.

1) Calculer la probabilité des événements suivants :
   - l'élève étudie le piano et le violon,
   - l'élève étudie le piano mais pas le violon,
   - l'élève étudie le violon mais pas le piano,
   - l'élève n'étudie ni le piano ni le violon.
2) Sachant qu'il étudie le piano, quelle est la probabilité qu'il étudie le violon ?

b) On tire au hasard deux élèves de l'école. Quelle est la probabilité qu'ils puissent former un duo piano-violon ?

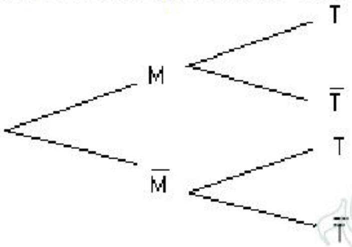
Exercice 4

Dans un magasin d'électroménager, on s'intéresse au comportement d'un acheteur potentiel d'un téléviseur et d'un magnétoscope. La probabilité pour qu'il achète un téléviseur est de 0,6.

La probabilité pour qu'il achète un magnétoscope quand il a acheté un téléviseur est de 0,4.

La probabilité pour qu'il achète un magnétoscope quand il n'a pas acheté de téléviseur est de 0,2.

1) Quelle est la probabilité pour qu'il achète un téléviseur et un magnétoscope ?
2) Quelle est la probabilité pour qu'il achète un magnétoscope ?
3) Le client achète un magnétoscope. Quelle est la probabilité qu'il achète un téléviseur ?
4) Compléter l'arbre de probabilité suivant :



Exercice 5

Un sondage est effectué dans un conservatoire de musique.

60 % des élèves pratiquent un instrument à cordes (C) . 45 % des élèves pratiquent un instrument à vent (V)

10 % des élèves pratiquent un instrument à cordes et vent.

1) On choisit un élève au hasard dans le conservatoire.

a) Quelle est la probabilité de l'événement « Cet élève pratique au moins un des instruments considérés »

b) Quelle est la probabilité de l'événement « Cet élève pratique un et un seul des instruments considérés »

2) On choisit au hasard un élève pratiquant un instrument C. Quelle est la probabilité pour que cet élève pratique un instrument V ?

3) Soit n un entier supérieur ou égal à 2. On choisit au hasard n élèves. On suppose que le nombre d'élèves du conservatoire est suffisamment grand pour que la probabilité de rencontrer un instrumentiste du type donné soit constante au cours du sondage.

a) Quelle est la probabilité p_n qu'au moins un des élèves choisis pratique un instrument C ?

b) Déterminer le plus petit entier n tel que $p_n \geq 0,999$

Exercice 6

Lors d'un référendum, deux questions étaient posées.

65 % des personnes ont répondu « oui » à la première question, 51 % ont répondu « oui » à la seconde question, et 46 % ont répondu « oui » aux deux questions.

1) Quelle est la probabilité qu'une personne ait répondu « oui » à l'une ou l'autre des questions ?
2) Quelle est la probabilité qu'une personne ait répondu « non » aux deux questions ?

Exercice 7

On utilise deux pièces de monnaie : l'une pipée, de sorte que lorsqu'on la lance, la probabilité d'obtenir pile soit $1/4$; l'autre normale dont la probabilité d'obtenir pile est $1/2$ à chaque lancer.

1) On prend une pièce au hasard (chacune des deux pièces a une probabilité $1/2$ d'être prise)
   a) Quelle est la probabilité d'obtenir pile ?
   b) On a obtenu pile : quelle est la probabilité d'avoir utilisé la pièce pipée.
   c) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une fois pile en faisant trois lancers avec la pièce choisie ?

2) Trois fois on choisit l'une des pièces au hasard qu'on lance (chacune des deux pièces a donc à chaque fois une probabilité $1/2$ d'être lancée) : déterminer la probabilité d'obtenir au moins une fois pile

3) On lance les deux pièces ensembles : quelle est la probabilité d'obtenir le même résultat pour les deux pièces ?

Exercice 8

On dispose d'un dé cubique équilibré dont une face porte le numéro 1, deux faces portent le numéro 2 et trois faces portent le numéro 3.

On dispose également d'une urne contenant dix boules indiscernables au toucher, portant les lettres L, O, G, A, R, I, T, H, M, E (soit quatre voyelles et six consonnes).

Un joueur fait une partie en deux étapes :

Première étape : il jette le dé et note le numéro obtenu.

Deuxième étape :

- si le dé indique 1, il tire au hasardune boule de l'urne. Il gagne la partie si cette boule porte une voyelle et il perd dans le cas contraire.
- si le dé indique 2, il tire au hasard et simultanément deux boules de l'urne. Il gagne la partie si chacune de ces deux boules porte une voyelle et il perd dans le cas contraire.
- si le dé indique 3, il tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne. Il gagne la partie si chacune de ces trois boules porte une voyelle et il perd dans le cas contraire.

À la fin de chaque partie, il remet dans l'urne la ou les boules tirée(s).

On définit les évènements suivants :

D_1 : « le dé indique 1 », D_2 : « le dé indique 2 »,

D_3 : « le dé indique 3 », G : « la partie est gagnée ».

A et B étant deux évènements tels que $p(A) \neq 0$, on note $p_A(B)$ la probabilité de B sachant que A est réalisé.

1. a. Déterminer les probabilités $p_{D_1}(G)$, $p_{D_2}(G)$ et $p_{D_3}(G)$.

b. Montrer alors que $p(G) = \dfrac{23}{180}$.

2. Un joueur a gagné la partie. Calculer la probabilité qu'il ait obtenu le numéro 1 avec le dé.

3. Un joueur fait six parties. Calculer la probabilité qu'il en gagne exactement deux et en donner une valeur arrondie à 10^{-2} près.

Quel nombre minimal de parties un joueur doit-il faire pour que la probabilité d'en gagner au moins une soit supérieure à 0,9 ¿