REPUBLIQUETUNISIENNE PROF/ MABROUKI SALAH

MINESTRE DE L'EDUCATION ET DE LAFORMATION SERI E N°4 SEANCE N° 60

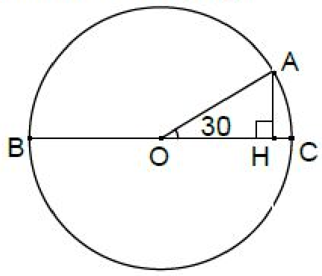
SECTION/ 1 ERE ANNEE

NUM.22427502 ©©© Trigonométries ©©©

☺ EXERCICE N°1

Soit (ζ) un cercle de centre O et de diamètre [BC] tel que $BC = 4$ cm,

Soit A un point de (ζ) tel que $\widehat{AOC} = 30°$ et H le projeté orthogonal de A sur [BC]



1).a). Montrer que $AH = 1$

b). Calculer OH

c). Vérifier que $BH = 2+\sqrt{3}$

2).a). Montrer que $\widehat{ABC} = 15°$

b). Montrer que $\tan(15°) = 2-\sqrt{3}$

☺ EXERCICE N°2

1) Soit x un angle aigu. Montrer que.

$4(\cos x)^2 + 3(\sin x)^2 = 3+(\cos x)^2$.

$\left(\frac{1}{\cos x} + \tan x\right)\left(\frac{1}{\cos x} - \tan x\right) = 1$.

2) Soit y un angle aigu tel que $\tan y = \sqrt{2}$.

a) Calculer cosy.

b) En déduire siny.

☺ EXERCICE N°3

1) Soient x et y deux angles aigus et complémentaires.

a) Montrer que $(\cos x)^2+(\cos y)^2 = 1$.

b) Montrer que $(\sin x)^2+(\sin y)^2 = 1$.

2) Calculer sans calculatrice :

$A = \cos(15°) + \cos(25°) + \cos(35°) - \sin(55°) - \sin(65°) - \sin(75°)$

$B = (\cos 20°)^2+ (\cos 40°)^2 + (\cos 50°)^2 + (\cos 70°)^2$

3) Soit y un angle aigu tel que $\tan y = \sqrt{2}$.

a) Calculer cosy.

b) En déduire siny.

☺ EXERCICE N°4

1) Soit x un angle aigu. Sachant que $\cos(x) = \frac{1}{3}$ calculer $\sin(x)$ et $\tan(x)$

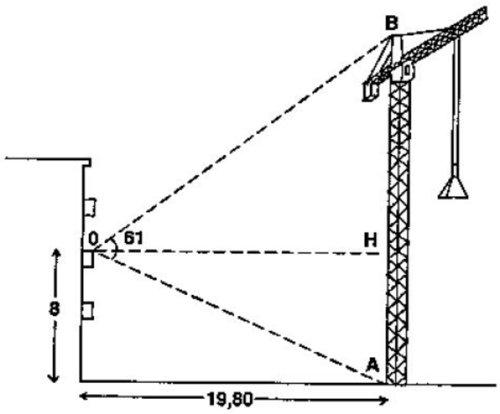
2) Soit $E = \dfrac{\cos^2(70°) + \cos(80°) - \sin(10°) + \cos^2(20°)}{\cos(30°) - \sin(45°)}$

   a) Sans utiliser la calculatrice, montrer que $E = \dfrac{2}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$

   b) Ecrire l'expression E avec un dénominateur entier

☺ EXERCICE N°5

Du balcon de mon appartement situé au deuxième étage d'un immeuble, j'aperçois dans le chantier situé en face, une grue. L'immeuble se trouve exactement à **19,8 mètres** du pied de la grue. Placé à **8 mètres** au-dessus du sol, j'ai déterminé (à l'aide d'un simple rapporteur) l'angle sous lequel je voyais la grue. Cet angle $\widehat{BOA}$ est égal à **61°**.



N.B. : la grue est supposée verticale et le sol horizontal.

1. En appelant H le point de [BA] tel que (OH) et (AB) soient perpendiculaires, et en constatant que **HA = 8 m**, calculer la mesure de l'angle $\widehat{HOA}$ arrondie au degré près.

2. Calculer **HB** au cm près.

3. En déduire la hauteur de la grue au cm près.

☺ EXERCICE N°6

ABC un triangle tel que $AB = a\sqrt{5}$; $AC = 2a$; $BC = 3a$ *avec a un réel strictem*

l'unité est le centimètre.

1) *Montrer que ABC est un triangle rectangle en A*

2) *On pose* $a = 2$

   a) *Donner les longueurs des cotés du triangle ABC en centimètre puis faites une figure.*

   b) *Calculer* $\cos(\widehat{ABC})$, $\sin(\widehat{ABC})$ *et* $\tan(\widehat{ABC})$

   c) *En Déduire une valeur approchée de l'angle* $\widehat{ABC}$ *par défaut à* 10^{-2} *près.*

3) a) *Construire le point H projection orthogonale de A sur le segment* $[BC]$

   b) *Calculer les longueurs* AH , BH *et* CH

☺ EXERCICE N°7

Les questions de cet exercice sont indépendantes

I) Soit $x \in]0,90°[$. On suppose que Sin x = $\frac{4}{5}$.

Calculer Cosx et tgx.

II) Soit A = $2Cosx - Sin^2x$

1) Calculer A pour x= 30°.

2) Montrer que pour tout $x \in]0,90°[$ on a : A = $Cos^2x + 2Cosx - 1$

☺ EXERCICE N°8

Dans la figure ci dessous on a construit deux triangles ABC et BCD rectangles respectivement en B et en D. Le point H est le projeté orthogonal de B sur la droite (AC).

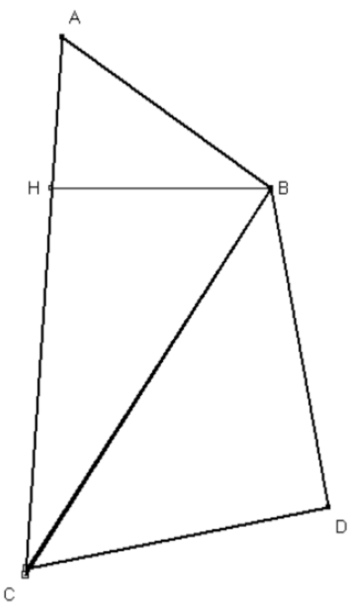
On donne AC =6 , $B\widehat{A}C$ =60° et BD = $\frac{3\sqrt{6}}{2}$

1) Montrer que BC = $3\sqrt{3}$

2) Calculer AB et HB.

3) a) Montre que Cos$(C\widehat{B}D) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ puis déduire la valeur de l'angle $C\widehat{B}D$

b) Quelle est la nature du triangle BCD. Justifier votre réponse ?



☺ EXERCICE N°9

Les questions de cet exercice sont indépendantes

I) Soit $x \in]0,90°[$. On suppose que Cos x = $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Calculer Sinx et tgx.

II) Soit A = $Cos^2x - 2Sinx$

1) Calculer A pour x= 30° et x= 45°.

2) Montrer que pour tout $x \in]0,90°[$ on a : A = $-Sin^2x - 2sinx + 1$

☺ **EXERCICE N°10**

Dans schéma ci-dessous on a construit un triangle ABC rectangle en A tel que $A\hat{B}C = 30°$ et AC=3

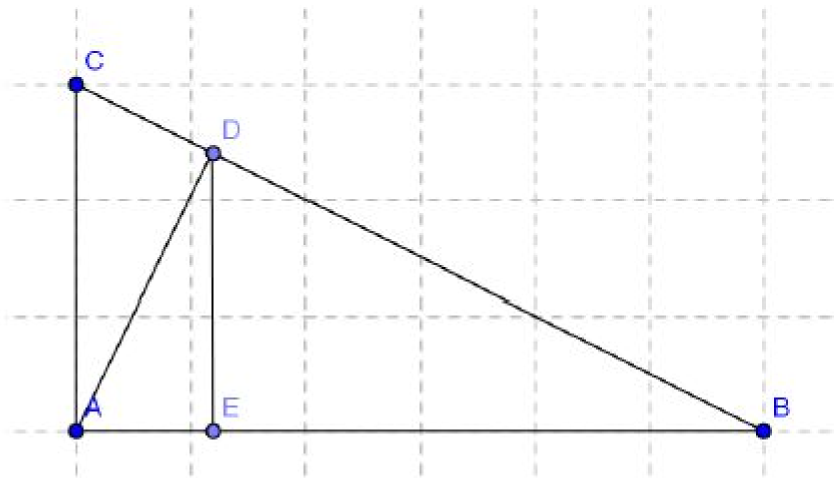
Le point D est le projeté orthogonale de A sur (BC) et E le projeté orthogonale de D sur (AB).

1) Calculer BC et AB.

2) Calculer AD et CD

3) a)Calculer AE.

b) Calculer Sin ($A\hat{D}E$) puis donner la mesure $A\hat{D}E$



☺ **EXERCICE N°11**

1. Soit $\hat{O}$ un angle aigu
2. Montrer que $4Cos^2(O)+3Sin^2(O)=3+Cos^2(O)$
3. Soit Y un angle aigu tel que $Tan(Y)=\sqrt{2}$
   a) Calculer Cos(Y)
   b) En déduire Sin (Y)
   c) Donner une valeur approchée en degré de Y (utiliser une calculatrice)

☺ **EXERCICE N°12**

I . Soit $0<\alpha<90°$

1. Montrer que $(\cos\alpha)^6+(\sin\alpha)^6+3\cos^2\alpha.\sin^2\alpha=1$
2. x et y sont les écarts des deux angles aigus d'un triangle ABC rectangle en A .

$$\text{Montrer que } (\text{cotg}^2x)(\text{cotg}^2y)-\frac{\cos^2x-\sin^2y}{\sin^2x.\sin^2y}=1$$

II . ABC est un triangle isocèle de sommet principal A tel que AB = AC = 6 et $A\hat{B}C=30°$

1. Calculer BC
2. Soit O le centre du cercle circonscrit au triangle ABC
   a) Calculer $B\hat{O}C$
   b) Déduire le rayon R de ce cercle

☺ EXERCICE N°13

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que : $\widehat{ABC}$ =60° et AB = 4

1. Calculer BC et AC
2. Placer le point D sur [AC] tel que AD = AB puis calculer CD.
3. Soit E le projeté orthogonal de C sur (BD)
   a. Donner la valeur de l'angle $\widehat{EDC}$ puis déduire que EC = $2\sqrt{6} - 2\sqrt{2}$
   b. Donner la valeur exacte de l'angle $\widehat{ECB}$ puis déduire la valeur exacte de cos(75°)

☺ EXERCICE N°14

Soit x un angle aigu

1. Montrer que : (1-sin(x))(1+sin(x)) = $cos^2(x)$
2. Montrer que : $(\cos(x) + \sin(x))^2 - 2\sin(x)\cos(x) = 1$
3. a. Montrer que $1 + tan^2(x) = \frac{1}{cos^2(x)}$
   b. On donne tan(x) = $\frac{1}{2}$. Déterminer cos(x) .

☺ EXERCICE N°15

Soit ABC un triangle tels que : $AB = 3$; $AC = 2\sqrt{2}$ et $BC = \sqrt{17}$

1- a) Montrer que le triangle ABC est rectangle en A.
   b) Calculer $\cos\left(\widehat{ACB}\right)$; $\sin\left(\widehat{ACB}\right)$ et $\tan\left(\widehat{ACB}\right)$
   c) Soit H la projection orthogonale de A sur (BC) et H' la projection orthogonale de H sur (AC).
   Calculer AH et AH'.

2- Soit a un angle aigu tel que : $\cos(a) = \frac{\sqrt{2}}{5}$

Calculer $\sin(a)$ et $\tan(a)$

☺ EXERCICE N°16

1) Soit x un angle aigu Montrer que $\sin^4(x) - \cos^4(x) = \sin^2(x) - \cos^2(x) = 1 - 2\cos^2(x)$

2) Sachant que $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ Calculer sin x en déduire l'angle x

3) Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $AB = \sqrt{2}$ et $AC = \sqrt{2}$

a/ Calculer BC

b/ Calculer cos $\widehat{ABC}$ sin $\widehat{ABC}$ et tan $\widehat{ABC}$ en déduire l'angle $\widehat{B}$

4) Soit H le pied de hauteur issue de A . Calculer AH puis BH et CH

☺ EXERCICE N°17

-I- Soit ABC un triangle rectangle en A tel que BC = 2 et $A\hat{B}C$ = 60°

1) Calculer AB et AC

2) Soit $[AH]$ la hauteur de ABC issue de A , calculer AH , BH et CH

-II- Soit x un angle aigu tel que cos x = $\frac{1}{3}$

1) Calculer sin x et tan x

2) montrer les égalités suivantes :

a- $\frac{1}{\cos^2 x}+\frac{1}{\sin^2 x}=\frac{1}{\cos^2 x.\sin^2 x}$

b- $(1-2\sin x)(1+2\sin x)+3\sin^2 x=\cos^2 x$

☺ EXERCICE N°18

I- ABC un triangle rectangle en C avec AB = $2\sqrt{3}$ et BC = $\sqrt{3}$.

1) Montrer que AC= 3

2) a/ Calculer cos($\widehat{BAC}$) et sin($\widehat{BAC}$)

b/ Déduire la valeur de l'angle$\widehat{BAC}$.

3) Soit K le projeté orthogonal de C sur [AB]

Calculer CK et BK

II. Soit x un angle aigu ,Montrer l' égalité suivante :

$$\sin^4 x-\cos^4 x+9\sin^2 x+11\cos^2 x=10$$