

## ☺ EXERCICE N°1

Soit  $x$  un réel tel que  $x \in [1 ; 3]$  et  $a = \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 1}$ .

1).a). Donner un encadrement de  $(3x+1)$  et de  $(x^2+1)$ .

b). En déduire que  $\frac{3x+1}{x^2+1} \in \left[\frac{2}{5}; 5\right]$

2).a). Vérifier que  $a = 1 + \frac{3x+1}{x^2+1}$ .

b). En déduire que  $a \in \left[\frac{7}{5}; 6\right]$ .

3). Montrer que  $|a - 6| - \sqrt{16a^2} + |5a - 7| + 1 = 0$ .

## ☺ EXERCICE N°2

$x$  est un réel. On désigne par :

$$A = (2x - 1)(x + 3) - 4(x - 2)$$

$$B = 4x^2 - 4x - 3$$

I) 1) Montrer que  $A = 2x^2 + x + 5$

2) a) Calculer A pour  $x = -2\sqrt{5}$

b) Soit :  $2,23 \leq \sqrt{5} \leq 2,24$ . Donner un encadrement de A

II) 1) Développer et simplifier  $(x + 2)(2x - 3) - (2x - 3)(1 - x)$

2) Déduire la factorisation de B.

3) Trouver les réels  $x$  pour que  $B = 0$ .

## ☺ EXERCICE N°3

Factoriser les expressions suivantes :

$$A = 8x^3 - 27 + (3 - 2x)(3x^2 + 6x + 10)$$

$$B = 4x^2 - 12x + 9 + (2x - 3)(x^2 + 4)$$

$$C = 4(x - 1)^2 - (x + 1)^2 + x(x - 3)^2$$

**☺ EXERCICE N°4**

On pose  $C = |2x - 1| - |1 - 3x| + x$  ;  $x \in \mathbb{R}$ .

1) calculer C pour  $x = \sqrt{2}$ .

2) on suppose maintenant que :  $0 < x < \frac{1}{3}$ .

a) encadrer  $(2x - 1)$  et  $(1 - 3x)$ .

b) Montrer que  $C = 2x$ .

**☺ EXERCICE N°5**

Soit  $a$  un réel tel que  $-4 < a < -\frac{1}{3}$

1- Donner un encadrement de  $\frac{1}{a}$  et  $\frac{-2}{-a+1}$

2- Représenter sur une droite graduée les ensembles :

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} \text{ tel que } 1 < x+1 \leq 2 \right\} ; B = \left\{ x \in \mathbb{R} \text{ tel que } \frac{1}{3} \leq \frac{1}{x+1} \leq \frac{1}{2} \right\}$$

3- a) Montrer que pour tout  $x \neq (-2)$ , on a :  $\frac{2x+3}{x+2} = 2 - \frac{1}{x+2}$

b) Soit  $x$  un réel tel que  $2 < x < 3$

Donner un encadrement de  $\frac{2x+3}{x+2}$

**☺ EXERCICE N°6**

On considère l'expression:  $A = \frac{5}{x^2+1} - 3x$  où  $x \in [-2,1]$

1) a) Encadrer  $x^2$ ;  $\frac{5}{x^2+1}$  et  $-3x$

b) En déduire que  $A \in [-2,11]$

2) Soit les deux ensembles suivants :  $I = \{x \in \mathbb{R}; x^2 < 9\}$  et  $J = \{x \in \mathbb{R}; -3x + 5 \leq 2\}$

a) Ecrire I et J sous forme d'intervalles

b) Construire I et J sur la droite réelle puis déterminer  $I \cap J$  et  $I \cup J$

3) Soit  $a$  un réel non nul tel que  $a + \frac{3}{a} = 7$ . Calculer  $a^3 + \frac{27}{a^3}$

**☺ EXERCICE N°7**

Soit  $A(x) = x^2 + 4x - 5$

1) calculer  $A(x)$  pour  $x = \frac{1}{2}$  puis pour  $x = 1 + \sqrt{2}$

2) a- Vérifier que  $A(x) = (x + 2)^2 - 9$

b- Factoriser alors  $A(x)$

3) Soit  $B(x) = x^3 - 1$  et  $C(x) = x^2 - 1 + (x - 1)(x + 2)$

a- Factoriser  $B(x)$  et  $C(x)$

b- Factoriser alors  $A(x) + B(x)$

c- En déduire une factorisation de :  $A(x) + B(x) - C(x)$

**☺ EXERCICE N°8**

1) On donne

$$a = 2x - 3 \quad \text{et} \quad b = -\frac{5}{2}x - 1$$

a- Montrer que pour tout réel  $x > 2$  on a :  $\frac{9}{2}x - 2 > 7$

b- Comparer alors  $a$  et  $b$

2) Soit  $x$  un réel de  $[2, 3]$

a- Vérifier que  $\frac{3x-2}{x-1} = 3 + \frac{1}{x-1}$

b- En déduire un encadrement de  $\frac{3x-2}{x-1}$

**☺ EXERCICE N°9**

1) Soit  $I = \{x \in \mathbb{R} ; -1 \leq 2x - 3 < 3\}$ .

a) Montrer que  $I = [1, 3[$ .

b) Pour tout  $x \in I$ , donner un encadrement de  $1 - x^2$  et  $\frac{1}{x+3}$ .

2) Soit  $x \in I$  et  $4 \leq y \leq 5$  et  $A = 3|4 - 5x| + |2y - 5| - 15x - 2y$ .

a) Donner un encadrement de  $4 - 5x$  et  $2y - 5$ .

b) Simplifier alors l'expression  $A$ .

**☺ EXERCICE N°10**

Soient  $x$  et  $y$  deux réels vérifiant  $x \geq y$ .

1) Comparer :

a)  $3x + 1$  et  $3y + 1$ .

b)  $2x - 5y$  et  $x - 4y$ .

2) Montrer que :  $y \leq \frac{2x+y}{3} \leq x$ .

**☺ EXERCICE N°11**

Soit  $x$  un nombre réel et soit  $F = (x+1)(2x+3) - (x+1)(x+5)$ .

- 1) Développer puis simplifier  $F$ .
- 2) Factoriser  $F$ .
- 3) Sans faire le calcul, déduire que :  $1000^2 - 1000 - 2 = 1001 \times 998$ .

**☺ EXERCICE N°12**

I/ Soit  $I = \{x \in \mathbb{R}; -1 \leq 2x - 3 < 3\}$

1/ Montrer que  $I = [1, 3[$

2/ On pose  $A = \frac{2x+7}{x+5}$

- a- Vérifier que  $A = 2 - \frac{3}{x+5}$
- b- Pour  $x \in I$ , donner un encadrement de  $A$

II/ Soit  $J = [4; 5]$  et  $K = 3|x - y| + |3x - 2y + 8| - |-2y + 5|$

- 1/ Ecrire  $J$  sous forme d'inégalité.
- 2/ Pour  $x \in I$  et  $y \in J$  donner un encadrement de :  $x - y$  ;  $-2y + 5$  et  $3x - 2y + 8$
- 3/ Ecrire alors  $K$  sans symbole de valeur absolue.

**☺ EXERCICE N°13**

1) Montrer que  $1 - \frac{1}{n^2} = \frac{n-1}{n} \times \frac{n+1}{n}$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$

2) En déduire :  $1 - \frac{1}{2^2}$  ;  $1 - \frac{1}{3^2}$  et  $1 - \frac{1}{4^2}$

3) En utilisant la question 1) calculer :

$$S = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \times \dots \times \left(1 - \frac{1}{50^2}\right)$$

**☺ EXERCICE N°14**

Soit  $x$  et  $y$  deux réels tels que  $x = 6 + \sqrt{27} - (\sqrt{3} + 1)^2$  et  $y = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$

1°) Montrer que  $x = 2 + \sqrt{3}$  et  $y = 2 - \sqrt{3}$

2°) Calculer  $x^2$  ;  $y^2$  ;  $xy$  et  $x - y$

3°) Calculer alors :  $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} + y - x$  ;  $\frac{x^3 - y^3}{x - y}$  et  $\frac{(x+y)^3}{x^3 + y^3}$

**☺ EXERCICE N°15**

On considère l'expression  $A(x) = (x^2 - 1)(x^2 + x + 3) + (x^2 + 1)^2$

1°) Calculer  $A$  pour  $x = 1$  et pour  $x = 0$

2°) Développer puis réduire  $A(x)$

3°) Factoriser  $A(x)$

**☺ EXERCICE N°16**

1/ Calculer et simplifier les expressions suivantes :

$$(2 - \sqrt{5})^{20}(2 + \sqrt{5})^{20} ; (\sqrt{2} - \sqrt{\frac{1}{2}})^2 ; (\sqrt{5} + 1)^3 ; (2 - \sqrt{3})^3$$

2 / Soit  $a$  et  $b$  deux réels inverses, donner la valeur de l'expression :  $a^2(b^2 - 1) - (1 - a^2)$

3/ Soit  $I = \{x \in \mathbb{R} \text{ tel que } -5 < 3x - 2 < 7\}$ . Ecrire  $I$  sous forme d'un intervalle

4/ Calculer  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$  et déduire  $\frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}} + \frac{1}{6\sqrt{2}}$

**☺ EXERCICE N°17**

1. on donne  $A = x^3 - 27 - (x - 3)(x^2 + 2x + 10)$

a. Factoriser  $x^3 - 27$ .

b. Déduire que  $A = (x-3)(x-1)$ .

2. On donne  $x \in ]-3; -1[$  et  $B = |1 - x| + x + \sqrt{x^4} + 2\sqrt{x^2}$

a. Donner un encadrement de  $(1-x)$  et  $2x$ .

b. Montrer que  $B = (x - 1)^2$

c. Factoriser  $(A-B)$  puis comparer  $A$  et  $B$ .

**☺ EXERCICE N°18**

1°) Factoriser puis réduire l'expression  $A(x) = (2x-1)(x+3) - (2x-1)(4-5x)$

2°) Soit l'expression  $C(x) = x^4 + 4x^2 - 5$

a/ Montrer que pour tout réel  $x$ , on a  $C(x) = (x^2 + 2)^2 - 9$

b/ Factoriser alors l'expression  $C(x)$

c/ En déduire que  $2010^4 + 4 \times 2010^2 - 5$  est divisible par  $2011$ .

3°) Soit l'expression  $B(x) = (x+2)^3 - 6x^2 - 12x$

a/ Montrer que pour tout réel  $x$ , on a  $B(x) = x^3 + 8$

b/ Factoriser alors  $B(x)$

**☺ EXERCICE N°19**

Soit  $x$  un réel tel que  $-3 < x < \frac{1}{2}$ .

1/ Donner un encadrement de  $2x+3$  puis de  $(2x-1)^2$ .

2/ Soit  $A = \frac{2x+1}{x-1}$

a) Montrer que  $x-1 \neq 0$ .

b) Montrer que  $A = 2 + \frac{3}{x-1}$

c) En déduire un encadrement de  $A$  puis de  $\left|A - \frac{3}{2}\right|$ .

**☺ EXERCICE N°20**

Soit  $z$  un réel tel que  $-4 \leq z \leq -\frac{1}{3}$

1. Donner un encadrement pour  $\left(\frac{1}{z^2} \times z\right)$

2. Donner un encadrement pour  $\left(-\frac{2}{1-z}\right)$

3. Représenter sur une droite graduée  $A = \{x \in \mathbb{R}; \text{tel que } 1 < x+1 \leq 2\}$

**☺ EXERCICE N°21**

Soient  $x \in \left]-\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}\right[$  et  $y \in ]0, 2[$ .

1. a) Encadrer  $(3-y)$  puis  $(y-3)^2$ .

b) En déduire un encadrement de  $(y-3)^3$ .

2. Trouver un encadrement de  $\frac{-2}{x+1}$  puis  $\frac{2x}{x+1}$ .

**☺ EXERCICE N°22**

1. Soit :  $A = \sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}}$  et  $B = \sqrt{32} - \sqrt{72}$  et  $C = \frac{1}{1+\sqrt{2}} - \frac{2}{1-\sqrt{2}}$ .

a) Vérifier que  $A = \sqrt{2} - 1$

b) Simplifier  $B$  et  $C$ .

c) En déduire que  $B+C-A=2$ .

2. Soit  $E = x^3 - 8$   $F = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$ ,  $H = 6x^2 - 24$  où  $x$  et  $y$  sont deux réels donnés.

a) Justifier que  $F = (x-2)^3$ .

b) Factoriser les expressions  $E$  et  $H$ .

c) En déduire une factorisation de  $E+H$ .

d) Montrer que pour  $x \neq 2$  on a :  $\frac{E+H}{F} = \left(\frac{x+4}{x-2}\right)^2$

☺ EXERCICE N°23

- 1) soit  $A = x^2 - x - 2$  ;  $x \in \mathbb{R}$   
a) calculer A pour  $x = \sqrt{3} - 1$   
b) Montrer que  $A = (x + 1)(x - 2)$   
2) Soit  $B = x^3 + 1$  ;  $x \in \mathbb{R}$   
a) Calculer B pour  $x = 2 + \sqrt{2}$   
b) Factoriser B  
c) En déduire une factorisation de A+B

☺ EXERCICE N°24

On donne  $A = x^3 + 2x^2 - (x + 2)$  et  $B = (x + 1)^3 - 8$

- 1°) Calculer A puis B pour  $x = -\sqrt{2}$   
2°) a) Montrer que  $A = (x + 2)(x + 1)(x - 1)$   
b) Montrer que  $B = (x - 1)(x^2 + 4x + 7)$   
3°) Factoriser  $A - B$   
4°) Comparer A et B pour  $x = 1$

☺ EXERCICE N°25

Soit les expressions  $A = 2(x^2 + 3) - (x + 2)(2x - 1)$

- 1) Calculer A pour ces valeurs de :  $x = \frac{1}{2}$  et  $x = \sqrt{3}$   
2) Montrer que  $A = -3x + 8$   
3) On suppose que :  $-2 \leq x \leq 1$   
a) Donner un encadrement de A .  
b) Déduire un encadrement de  $A^2$  et  $\frac{-3}{1+A}$