Professeur : Zantour Hamdi 26 Novembre 2016

Classe : 2^eannée

Section : Sc-exp

Série N°3
Mathématiques

Exercice 1

Soient un triangle ABC et un point D de la droite (AC) distinct de A et C.

1. Construire les points E et F images respectives des points B et D par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.
2. a) Quelle est la nature du quadrilatère $BDFE$?
   b) Montrer que : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$.

Exercice 2

Soient un triangle ABC et un point D de la droite (AC) distinct de A et C. On désigne par E l'image de D par la translation de vecteur $\overrightarrow{CB}$ et par F l'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AE}$.

1. Montrer que les points B, E et F sont alignés.
2. Montrer que F est l'image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AD}$.

Exercice 3

Soient A, B et C trois points non alignés d'un plan $\mathscr{P}$ et soit l'application suivante :

$$f : \begin{array}{ccc} \mathscr{P} & \longrightarrow & \mathscr{P} \\ M & \longmapsto & M' \end{array} \quad \text{tel que} \quad \overrightarrow{M'M}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{CM}$$

1. Construire les points A', B' et C' images respectives des points A, B et C par f.
2. Montrer que f est une translation dont on déterminera le vecteur.

www.devoirat.net 2017

Exercice 4

Soient A, B et C trois points non alignés du plan.

1. Construire le point G barycentre des points pondérés $(A, -2)$ et $(B, 5)$.
2. Construire le point G' barycentre des points pondérés $(A, -2)$ et $(C, 5)$.
3. Montrer que les droites (GG') et (BC) sont parallèles.

Exercice 5

Soit $ABCD$ un rectangle.

1. Construire le point G barycentre des points pondérés $(A, 3)$ et $(C, 2)$.
2. Construire le point G' barycentre des points pondérés $(B, 2)$ et $(D, 3)$.
3. Montrer que les droites (GG') et (BC) sont parallèles.

Exercice 6

Soit, dans $\mathbb{R}_+$, l'équation :

$$(E) : x\sqrt{x} = 2x + 9$$

1. Vérifier que 9 est une solution de (E).
2. a/ Trouver trois réels α, β et γ tels que, pour tout $x \geqslant 0$, on ait :

$$x\sqrt{x} - 2x - 9 = (\sqrt{x} - 3)(\alpha x + \beta\sqrt{x} + \gamma)$$

   b/ Résoudre, dans $\mathbb{R}_+$, l'équation (E).

3. Dans tout ce qui suit, α, β et γ prennent leurs valeurs touvés en 2. a/
   a/ Etudier le signe de $\sqrt{x} - 3$ sur $\mathbb{R}_+$.
   b/ Montrer que, pour tout $x \geqslant 0$, on a :

$$\alpha x + \beta\sqrt{x} + \gamma > 0$$

   c/ Résoudre, dans $\mathbb{R}_+$, l'inéquation :

$$(I_1) : x\sqrt{x} < 2x + 9$$

   d/ Déduire la résolution, dans $\mathbb{R}_+$, de l'inéquation :

$$(I_2) : x^3 - 2x^2 - 9 \leqslant 0$$

   e/ Résoudre alors, dans $\mathbb{R}_+^\star$, l'inéquation $(I_3) : \dfrac{1}{x^3} - \dfrac{2}{x^2} - 9 \leqslant 0$

www.devoirat.net 2017