

**SÉRIE N°1****MATHÉMATIQUES****EXERCICE 1**

Soit  $a$  un nombre réel et soit l'équation

$$(E) : -4x^2 + (a - 1)x + 9 = 0$$

1. Sans calculer, le discriminant  $\Delta$ , prouver que l'équation  $(E)$  admet deux solutions distinctes.

2. a/ Trouver  $a$  pour que 3 soit une solution de  $(E)$ .

b/ Déduire alors l'autre solution de  $(E)$ .

3. Pour la valeur de  $a$  trouvée en 2.a/, résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations :

$$(E_1) : 4x^2 + (1 - a)|x| - 9 = 0 \text{ et } (E_2) : 4x + (1 - a)\sqrt{x} - 9 = 0$$

4. On donne maintenant  $a = -4$ , résoudre dans  $\mathbb{R}$  les inéquations :

$$(I_1) : -4x^2 + (a - 1)x + 9 > 0 \text{ et } (I_2) : -\frac{4}{x^2} + \frac{a - 1}{x} + 9 \leq 0$$

**EXERCICE 2**

On donne quatre points  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  du plan  $\mathcal{P}$ .

1. Construire les points  $B'$ ,  $C'$  et  $D'$  tels que :

$$\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AD'} = \overrightarrow{DA}$$

2. Démontrer que, pour tout point  $O$  du plan  $\mathcal{P}$ , on a :

$$\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'} = 6\overrightarrow{OA}$$

3. Démontrer que l'on a :

$$\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{BD'} = 2\overrightarrow{BB'}$$

**EXERCICE 3**

On donne quatre points  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  du plan  $\mathcal{P}$ .

Soient  $M$  et  $N$  les milieux respectifs des segments  $[AD]$  et  $[BC]$ .

Démontrer que l'on a :

$$\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC})$$

**EXERCICE 4**

On donne trois points  $A$ ,  $B$  et  $C$  non alignés du plan  $\mathcal{P}$ .

Soient  $M$  et  $N$  les points du plan  $\mathcal{P}$  tels que :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{AN} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$$

1. Faire un dessin.
2. Montrer que les vecteurs  $\overrightarrow{MN}$  et  $\overrightarrow{BC}$  sont colinéaires.

**EXERCICE 5**

Soit  $ABC$  un triangle non aplati. Soient  $I$  le milieu de  $[AB]$ ,  $J$  le symétrique de  $C$  par rapport à  $A$  et  $K$  le point tel que :

$$\overrightarrow{KB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{KC}$$

1. a/ Faire un dessin.  
b/ Montrer que :

$$\overrightarrow{AK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$$

2. Montrer que les points  $I$ ,  $J$  et  $K$  sont alignés.

**EXERCICE 6**

On note  $\mathcal{V}$  l'ensemble des vecteurs du plan  $\mathcal{P}$ .

Soit  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  un repère orthonormal du plan  $\mathcal{P}$ .

On considère les points  $A(2, 3)$ ,  $B(-1, -2)$  et  $C(4, 0)$ .

1. Ecrire les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$  dans la base  $(\vec{i}, \vec{j})$  puis dans la base  $(2\vec{i}, 3\vec{j})$ .
2. Montrer que les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  définissent un triangle non aplati.