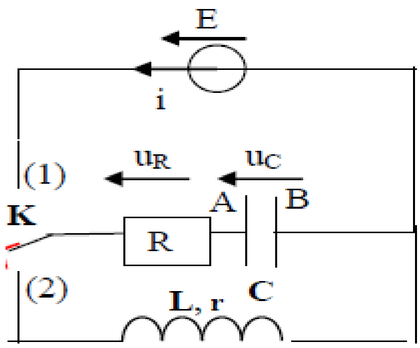
A- Oscillation libre amorti

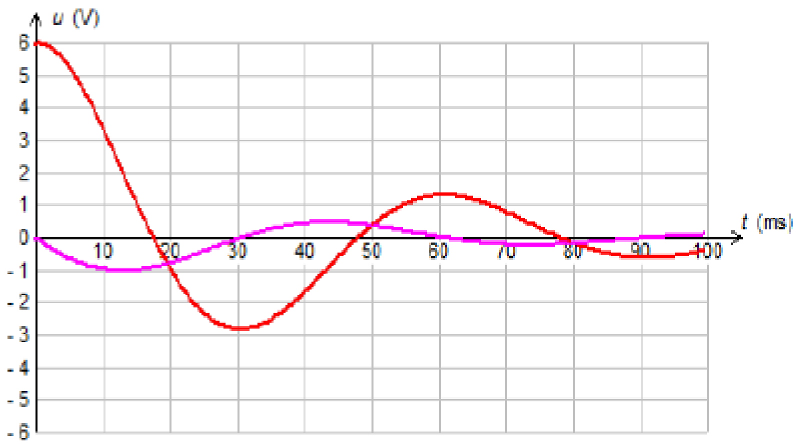
1- Décharge d'un condensateur dans une bobine

- *En charge le condensateur, en plaçant **K en position 1**.*
- ***Ken position 2**, le condensateur se décharge dans la bobine.*



- *Un voltmètre branché en parallèle avec le condensateur montre que et U_c prend des valeurs négatifs et positifs avec diminution d'amplitude au cours du temps.*
- *De même $q = c\,U_c$, vibre avec diminution d'amplitude au cours du temps.*
- *De même pour $i = \frac{dq}{dt}$ et $U_R = Ri$.*
- *On dit qu'une telle grandeur subit des oscillations libres amorties c.-à-d.décroit a' des intervalles des temps égaux.*

Al 'aide d'un oscilloscope a' mémoire, on obtient les oscillogrammessuivants.



- L'amplitude des oscillations diminue au cour du temps ⇒ **Les oscillations sont dites amorties.**
- Les oscillations se produisent dans le circuit sans générateur ⇒ **Les oscillations sont dites libres.**
- La diminution d'amplitude due a' la diminution de l'énergie qui est perdu par effet joule dans le résistor.
- La cause de l'amortissement (diminutiond'amplitude) et donc la résistance totale du circuit.

2- Influence de l'amortissement

a- Régime pseudopériodique

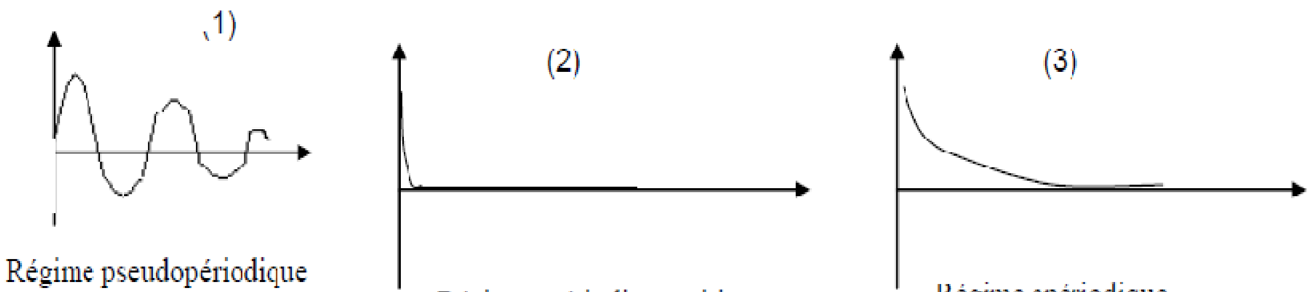
- ✓ Le régime pseudopériodique est observépour des valeurs faibles de la résistance totale.
- ✓ Les oscillationslibres amorties sont des oscillationspseudopériodiques de pseudopériode**T_0**
- ✓ **$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$.**

b- Régime apériodique

- ✓ La valeur de R_T est très importante.
- ✓ L'amortissement est très élevé.
- ✓ On observe plus d'oscillations.

c- Régime critique

- ✓ La valeur de la résistance pour laquelle on observe le régime critique est, **$R_C = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$.**
- ✓ C'est la valeur pour laquelle en passe de régime pseudopériodique en régime apériodique.



Régime pseudopériodique — Régime apériodique critique — Régime apériodique

3- *Equation différentielles*

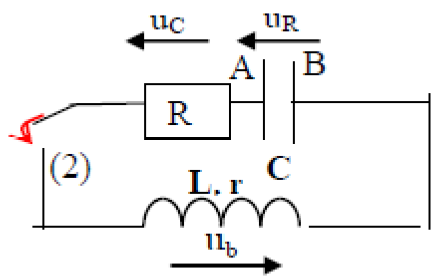
D'après la loi de maille,

$U_c + U_R + U_b = 0$

$\frac{q}{c} + R_T\, i + L\frac{di}{dt} = 0$

$Ld^2q/dt + R_T\frac{dq}{dt} + \frac{q}{c} = 0.$

C'est l'équation diff en ***q(t)****dont la solution est hors programme.*



$U_c = \frac{q}{c}$: $q = cU_c$. $\frac{d2Uc}{dt2}$ ⇨ $\frac{1}{Lc}$ U_c = 0 .C'est l'équation diff en U_c.

4- Bilan énergétique

$E_c = \frac{1}{2C} q^2 = \frac{1}{2} cU_c^{\,2}$.

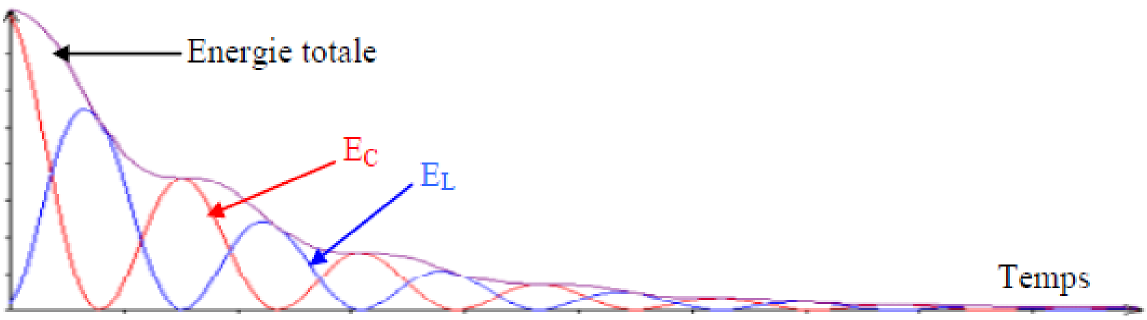
$E_m = \frac{1}{2} L\, i^2$.

$E = \frac{1}{2C} q^2 + \frac{1}{2} L\, i^2$.

$\frac{dE}{dt} = \frac{q}{c}\frac{dq}{dt} + Li\frac{di}{dt} = i\left(\frac{q}{c} + L\frac{d2q}{dt}\right) = -R_T\, i^2$. Car : $\left(\frac{q}{c} + L\frac{d2q}{dt}\right) = -R_T\, i$ *(d'après l'éqtdiff)*

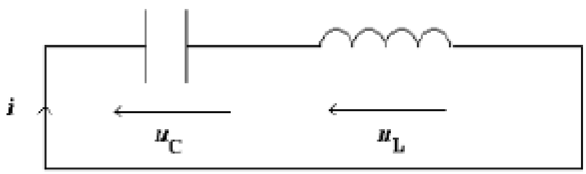
$\frac{dE}{dt}$ = $-R_T\, i^2$ *⟨ 0.E est une décroissante au cour du temps.*

*Dans un circuit **RLC** il y a toujours échange d'énergie entre le condensateur et la bobine, avec diminution par effet joule dans le résistor.*



B- Oscillation libre non amorti

On fermant un condensateur de capacité C initialement chargé sur une bobine purement inductive,



1- Equation différentielle

L'équation différentielle pour la tension U_c s'écrit : $\frac{d2Uc}{dt2} + \frac{1}{Lc} U_c = 0$

*L'équation différentielle pour la charge **q** s'écrit :* $\frac{d2q}{dt2} + \frac{1}{Lc} q = 0$

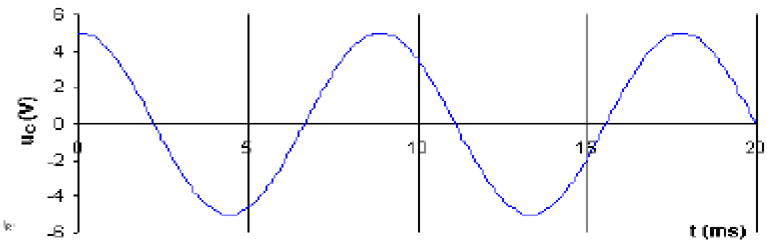
2- Expression de q(t) et $u_c(t)$.

L'équation différentielle en q(t) admet comme solution : **$q(t) = q_m \sin (w_o t + \varepsilon_q)$**.

$$\begin{cases} qm = CE : amplutide \\ wo = \frac{2\pi}{To} : pulsation\ propre, avec\ \ To = 2\pi\sqrt{LC} : Période\ propre \\ \varepsilon q : phase\ initiale \end{cases}$$

L'équation différentielle en Uc(t) admet comme solution : **$U_c(t) = U_m \sin (w_o t + \varepsilon_u)$**.

$$\begin{cases} Um = \frac{qm}{C} = E \\ \varepsilon u = \varepsilon q\ ,\ \ on\ dit\ que\ U(t) et\ q(t) vibre\ en\ phase. \end{cases}$$



⇨ *Les oscillations sont dites libres non amorties.*

3- Intensité du courant

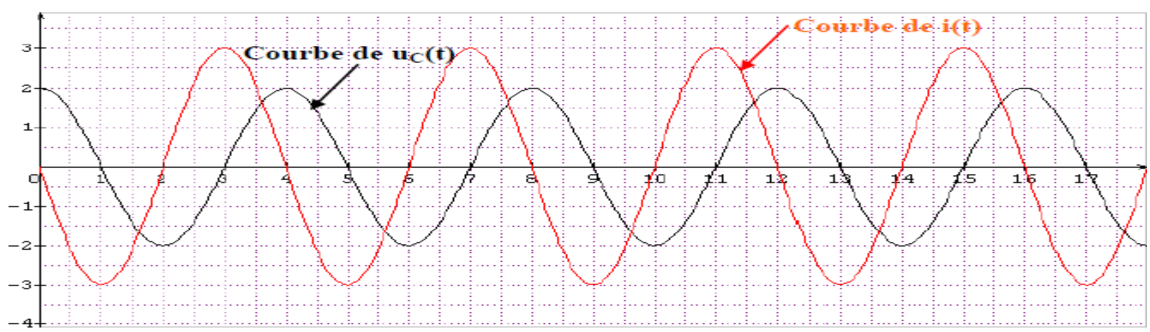
$I = \frac{dq}{dt}$ avec $q(t) = q_m \sin (w_o t + \varepsilon_q)$

⇨ $I(t) = q_m w_o \cos (w_o t + \varepsilon_q)$ avec $\cos x = \sin (x + \frac{\pi}{2})$

I ⇨ $w_o \sin (w_o t + \varepsilon q + \frac{\pi}{2})$

⇨ $I(t) = I_m \sin (w_o t + \varepsilon_i)$ avec $\begin{cases} Im = qm\, wo \\ \varepsilon i = \varepsilon q + \frac{\pi}{2} \end{cases}$

- ✓ **I(t)** est aussi une fonction sinusoïdale du temps.
- ✓ **I(t)** et **q(t)** vibre en quadrature de phase.
- ✓ **Ɛi > Ɛq : i(t)** est en quadrature avance de phase par apport a**q(t).**
- ✓ De même,**i(t)** est en quadrature avance de phase par apport a**Uc(t).**



4- Expression de W_o et T_o

L'équation différentielle en $U_c(t)$ s'écrit

$$\frac{d2Uc}{dt2} + \frac{1}{Lc}Uc = 0 \Rightarrow \frac{d2Uc}{dt2} = -\frac{1}{Lc}Uc.$$

$$U_c = U_o \sin(w_o t + \varepsilon) \Rightarrow \frac{dUc}{dt} = U_o w_o \cos(w_o t + \varepsilon)$$

$$\frac{d2Uc}{dt2} = -U_o w_o^2 \sin(w_o t + \varepsilon) \Rightarrow$$

$$U_o w_o^2 \sin(w_o t + \varepsilon) = \frac{1}{Lc} U_o \sin(w_o t + \varepsilon)$$

$$\Rightarrow W_o^2 = \frac{1}{Lc} \Rightarrow T_o = \frac{2\pi}{wo} \Rightarrow T_o = 2\pi\sqrt{LC}$$

5- Bilan énergétique

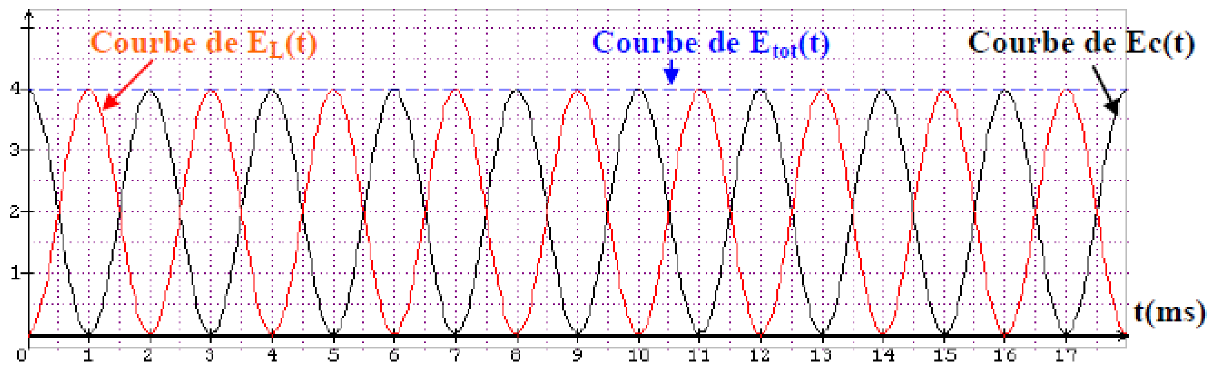
En régime libre, l'énergie totale d'un circuit **LC** se conserve, car sa résistance électrique est nulle.

$$E_c = \frac{1}{2C}q^2 = \frac{1}{2}c\,U_c^2 : \qquad U_m = \frac{1}{2}L\,i^2$$

$$E = E_c + E_m = \frac{1}{2C}q^2 + \frac{1}{2}L\,i^2$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{q}{c}\frac{dq}{dt} + L\,i\frac{di}{dt} = i\left(\frac{q}{c} + L\frac{di}{dt}\right) : \text{ Or } \frac{q}{c} + L\frac{di}{dt} = 0 \text{ d'après l'éqt diff } .\frac{dE}{dt} \Rightarrow$$

- ✓ L'énergie totale du système reste constante.
- ✓ L'énergie totale du système se conserve, le système est dit conservatif.
- ✓ Dans un circuit LC, il y a échange continuellement d'énergie entre la bobine et le condensateur.



- ✓ *L'énergie E_m et E_c, les deux sont périodiques de périodes $T_e = \frac{To}{2}$.*

$$E = \frac{1}{2C}q^2 + \frac{1}{2}L\,i^2 = \frac{1}{2C}q_m^2 \sin^2(w_o t + \varepsilon) + \frac{1}{2}L\,q_m^2 w_o^2 \cos^2(w_o t + \varepsilon) \quad \text{Or } w_o^2 = \frac{1}{LC}.$$

$$E = \frac{1}{2C}q_m^2(\cos^2 + \sin^2) = \frac{1}{2C}q_m^2$$

Remarque : $\cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$, $\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$.