Exercice 1

1) l'ordre de la matrice A$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$est

a. 2×3 b. 3×2 c. 3×3

2) Soit la matrice A$\begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ alors le système (S) associe à A est

a. $\begin{cases} -x+4y-3z=-2 \\ y+z=1 \\ 2x+2y-2z=3 \end{cases}$ b. $\begin{cases} -x-2y+3z=-2 \\ y+z=1 \\ 2x-2y-2z=3 \end{cases}$ c. $\begin{cases} -x+2y+3z=2 \\ y+z=1 \\ 2x+2y+2z=3 \end{cases}$

3) Le produit de la matrice suivant $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ est :

a. $\begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} -1 & -4 & -4 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} -4 & -1 & 4 \end{pmatrix}$

4) le déterminant de la matrice A= $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ est

b. -3 b. -1 c.3

4) l'inverse de cette matrice $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -7 & 6 \\ 3 & -3 & 5 \end{pmatrix}$ est

a. $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 6 \\ 6 & -8 & 12 \\ 3 & -3 & 4 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

Exercice 2

On donne par A = $\begin{pmatrix} 0 & -2 & -1 \\ -2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ et B = $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & -2 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

1- Calculer A*B et B*A.

2- Calculer C= A+B puis C^3 ; déduire C^4 et C^6

Exercice 3

On donne par A = $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

1- Calculer A^3-3A^2+3A.

2- Montrer que A est inversible.

3- Déterminer alors la matrice inverse de A.

Exercice 4

Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

1)Calculer A^2 et en déduire que $A^2 - A = 2I_3$ avec I_3 est la matrice identité.

2) Sans calculer le déterminant de la matrice A, prouver que A est inversible.

3) Déterminer La matrice inverse de A, qu'on notera A^{-1}.

4) a)Calculer le déterminant de A.

b) En utilisant la méthode de Cramer résoudre le système suivant $\begin{cases} y+z=-1 \\ x+z=-2 \\ x+y=-3 \end{cases}$

Exercice 5

1) 1.soit le système (S) $\begin{cases} 2x - 6y = -10 \\ -x + 3y + 2z = -3 \\ x + 5y - 4z = 15 \end{cases}$

   a) Montrer que (1,2,-1) est une solution de (S).

   b) Traduire le système(S).par une égalité matricielle de la forme M* X=N

2) Calculer le déterminant de M . En déduire que M est inversible

3) soit F= $\begin{pmatrix} 4 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

   a) Déterminer le produit de M* F

   b) En déduire la matrice inverse de M.

Exercice 6

Une usine fabrique chaque jour trois types de cartes d'ordinateur : le modèle I , le modèle B et le modèle M. Pour chaque modèle, on utilise des puces électroniques de types P_1, P_2 et P_3 avec la répartition suivante :

Puce / modéle	I	B	M
P_1	5	2	7
P_2	3	8	6
P_3	3	4	5

Un certain jour, on utilise 588 puces P_1,630 puces P_2 et 470 puces P_3.

On note x,y et z les nombres respectifs des cartes I,B et M fabriquées.

1) Traduire les informations ci-dessus en un système (S) de trois équations à trois inconnues x, y et z.

2) a) Donner l'écriture matricielle du système(S). et Résoudre alors le système(S).

   b) En déduire le nombre de cartes fabriquées de chaque modèle.

Exercice 7

On donne les matrices A = $\begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ et B= $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

1) Vérifier que $B = A + 4I_3$.

2) Calculer dét(A) et en déduire que A est inversible.

3) a) Calculer A^2.

   b) Vérifier que $A^2 + 5A = -4I_3$.

   c) En déduire que $A(B + I_3) = -4I_3$ et déterminer la matrice inverse de A.

Exercice 8

Soient A = $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ et B= $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

1) Calculer le déterminant (A) .

2) a)A est-elle inversible?

   b) En déduire la matrice A^{-1} .

3) Calculer C= $\frac{1}{4}$B .

4) Calculer A *C

5) En déduire A^{-1} .