

Durée : 2h

Exercice n° 1 (4 pts)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des réponses proposées est exacte. On indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1) Soient \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} trois vecteurs du plan tels que $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{w}$, alors :

a) $\vec{v} = \vec{w}$; b) $\vec{u} = \vec{0}$; c) \vec{u} et $\vec{v} - \vec{w}$ sont orthogonaux .

1

2) La fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ est majorée par : a) 1 ; b) 0 ; c) $\frac{1}{2}$.

1

3) Soient \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs du plan tels que : $\vec{u} \cdot \vec{v} = -3$, $\|\vec{u}\| = \sqrt{6}$ et $\|\vec{v}\| = \sqrt{2}$, alors :

a) $\left(\frac{\vec{u}}{\|\vec{u}\|}, \frac{\vec{v}}{\|\vec{v}\|}\right) = \frac{\pi}{3}$; b) $\|\vec{u} + \vec{v}\| = \sqrt{2}$; c) $\|\vec{u} - \vec{v}\| = \sqrt{13}$.

1

4) Soit f la fonction définie sur \mathbb{R}^* par $f(x) = \frac{\sqrt{1-|x|}}{x}$. Sur $]0, 1[$, f est :

a) croissante ; b) décroissante ; c) non monotone .

1

Exercice n° 2 (5 pts)

On donne ci-contre la représentation graphique ζ_f d'une fonction f .

1) Donner l'ensemble de définition E_f de la fonction f .

2) Déterminer $f(0)$ et $f(4)$.

3) Résoudre graphiquement :

a) $f(x) = -1$; b) $f(x) = 1$.

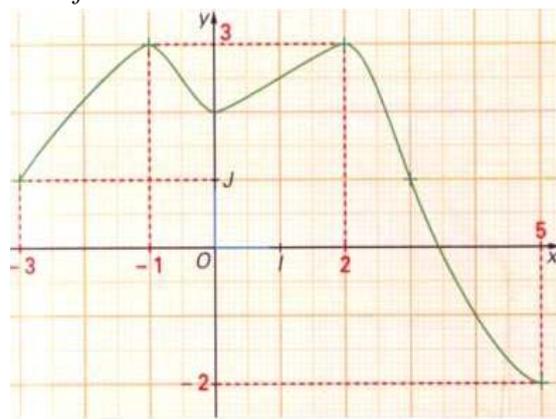
4) Résoudre graphiquement :

a) $f(x) \geq 2$; b) $f(x) < 0$.

5) donner le sens de variations de f sur $[2, 5]$.

6) Déterminer le maximum de la fonction f sur E_f , ainsi que la ou les valeurs où il est atteint.

7) Déterminer le minimum de la fonction f sur E_f , ainsi que la ou les valeurs où il est atteint.



0,5

0,5x2

0,5x2

0,5x2

0,5

0,5

0,5

Exercice n° 3(3 pts)

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -x^2 + 6x - 2$. Soient a et b deux réels tels que $a \leq b$.

1) Montrer que : $f(b) - f(a) = (a - b)(a + b - 6)$.

2) Montrer que f est décroissante sur $[3, +\infty[$ et qu'elle est croissante sur $]-\infty, 3]$.

Exercice n° 4(8 pts)

ABC est un triangle équilatéral de côté 3. Soient I le milieu de $[AB]$ et D le symétrique de B par rapport à C .

1) Faire une figure.

2) a- Montrer que : $AD = 3\sqrt{3}$.

b- En déduire la nature du triangle ABD .

3) Calculer $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$, $\overline{BD} \cdot \overline{AD}$ et $\overline{BD} \cdot \overline{AC}$.

4) Soit l'application $f : P \rightarrow \mathbb{R}$

$$M \mapsto f(M) = MA^2 + MB^2$$

a- Montrer que pour tout point $M \in P$ on a : $f(M) = 2MI^2 + \frac{9}{2}$.

b- Déterminer et construire l'ensemble $\zeta = \{M \in P / f(M) = 9\}$.

5) Soit G le barycentre des points pondérés $(A, 3)$ et $(B, -2)$.

a- Calculer AG et BG .

b- Déterminer et construire l'ensemble Ω des points M du plan tel que $3MA^2 - 2MB^2 = -38$.

Bon travail