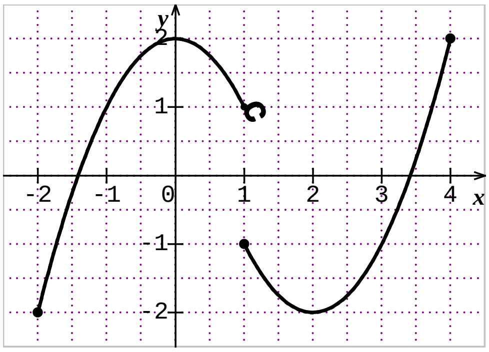
Lycée Bourguiba Monastir	**Devoir de contrôle n°1**	**M.ELHOUICHET**
12/11/2016	**3éme Sciences**	**Durée : 2h**

EXERCICE N°1 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

La courbe (ζ_f) ci-contre représente une fonction f définie sur [-2 , 4].



1) f est-elle continue en 1 ? Justifier
2) Déterminer f([-2 ; -1]) , f([0 ; 1]) , f([-2 ; 4]).
3)a) Déterminer les variations de f
b) Déterminer suivant le paramètre réel m le nombre des solutions de l'équation f(x) = m .

4) Soient A et B deux points de (ζ_f) d'abscisses respectives 0 et -2, calculer $\cos(A\hat{O}B)$.

EXERCICE N°2 :

Soit la fonction g définie sur $[2,+\infty[$ par : $g(x) = \dfrac{1}{(x-1)(\sqrt{x-2}+1)}$

1) a) Montrer que g est continue sur $[2,+\infty[$.

b) Montrer que g set décroissante sur $[2,+\infty[$.

c) En déduire que g est majorée sur $[2,+\infty[$.

2) a) Montrer que l'équation $g(x) = \dfrac{1}{2}$ admet au moins une solution α dans [2,3]

b) En déduire que α est une solution de l'équation : $(x-1)\sqrt{x-2} = 3-x$

3) Soit f la fonction définie par : $f(x) = \dfrac{\sqrt{x-2}-1}{x^2-4x+3}$

a) Déterminer le domaine de définition D_f de f.

b) Montrer que pour tout $x \in D_f$; f(x) = g(x)

EXERCICE N°3 :

Soit ABC un triangle équilatéral de coté 4cm et G son centre de gravité. I = A * C et D le point vérifiant : $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BI}$

1) Calculer : $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$

2) Quelle est la nature du quadrilatère ADCB ?

3) Déterminer et construire l'ensemble $\Gamma = \{ M \in P \ / \ \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MC} = 5 \}$

4) a) Montrer que pour tout point $M \in P$ on a : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MC} - MB^2 = \overrightarrow{MB}.\overrightarrow{BD} + 8$

b) En déduire l'ensemble Δ des points M du plan tel que : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MC} - MB^2 - 8 = 0$

5) Soit l'application f : $P \to IR$; $M \mapsto f(M) = MA^2 + MB^2 + MC^2$

a) Montrer que pour tout point $M \in P$ on a $f(M) = 3MG^2 + 16$

b) Déterminer suivants les valeurs du réel k,la nature de l'ensemble

$$\Gamma_k = \{ M \in P \ / \ MA^2 + MB^2 + MC^2 = k \}$$

6) a) Calculer de deux façons différentes le carré scalaire $\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right)^2$ et en déduire que

$$2\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MC} = 3MG^2 - 8.$$

b) On considère les points communs aux cercles de diamètres [BI] et [AC].
Montrer que lorsqu'ils existent ces points appartiennent à un cercle (Γ) que l'on précisera