

SÉRIE N°1**MATHÉMATIQUES****EXERCICE 1**

Soit a un nombre réel et soit l'équation

$$(E) : -4x^2 + (a - 1)x + 9 = 0$$

1. Sans calculer, le discriminant Δ , prouver que l'équation (E) admet deux solutions distinctes.
2. a/ Trouver a pour que 3 soit une solution de (E) .
b/ Déduire alors l'autre solution de (E) .
3. Pour la valeur de a trouvée en 2.a/, résoudre dans \mathbb{R} les équations :
 $(E_1) : 4x^2 + (1 - a)|x| - 9 = 0$ et $(E_2) : 4x + (1 - a)\sqrt{x} - 9 = 0$
4. On donne maintenant $a = -4$, résoudre dans \mathbb{R} les inéquations :
 $(I_1) : -4x^2 + (a - 1)x + 9 > 0$ et $(I_2) : -\frac{4}{x^2} + \frac{a - 1}{x} + 9 \leq 0$

EXERCICE 2

On donne quatre points A, B, C et D du plan \mathcal{P} .

1. Construire les points B', C' et D' tels que :

$$\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AD'} = \overrightarrow{DA}$$

2. Démontrer que, pour tout point O du plan \mathcal{P} , on a :

$$\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'} = 6\overrightarrow{OA}$$

3. Démontrer que l'on a :

$$\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{BD'} = 2\overrightarrow{BB'}$$

EXERCICE 3

On donne quatre points A , B , C et D du plan \mathcal{P} .

Soient M et N les milieux respectifs des segments $[AD]$ et $[BC]$.

Démontrer que l'on a :

$$\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC})$$

EXERCICE 4

On donne trois points A , B et C non alignés du plan \mathcal{P} .

Soient M et N les points du plan \mathcal{P} tels que :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{AN} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$$

1. Faire un dessin.
2. Montrer que les vecteurs \overrightarrow{MN} et \overrightarrow{BC} sont colinéaires.

EXERCICE 5

Soit ABC un triangle non aplati. Soient I le milieu de $[AB]$, J le symétrique de C par rapport à A et K le point tel que :

$$\overrightarrow{KB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{KC}$$

1. a/ Faire un dessin.
b/ Montrer que :

$$\overrightarrow{AK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$$

2. Montrer que les points I , J et K sont alignés.

EXERCICE 6

On note \mathcal{V} l'ensemble des vecteurs du plan \mathcal{P} .

Soit (O, \vec{i}, \vec{j}) un repère orthonormal du plan \mathcal{P} .

On considère les points $A(2, 3)$, $B(-1, -2)$ et $C(4, 0)$.

1. Ecrire les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} dans la base (\vec{i}, \vec{j}) puis dans la base $(2\vec{i}, 3\vec{j})$.
2. Montrer que les points A , B et C définissent un triangle non aplati.