LYCEE NASRALLAH « 4^{eme} SC » PROF : BenTaiebLotfi	BAC2016/2017 *SERIE MATHEMEATIQUES*

Exercice1 (3 points)

On donne les nombres complexes a = 1 , b = $\frac{\sqrt{2}}{2}$ + i$\frac{\sqrt{2}}{2}$ et c = 1 + b

1/a. Ecrire a et b sous la forme exponentielle

b. Donner la forme cartésienne du nombre complexe b^{2017}

c. Placer les points A, B et C d'affixes respectives a, b et c

2/ Montrer que OACB est un losange

3/ On désigne par I le centre du losange OACB et z_I l'affixe de I

a. Montrer que $|z_I| = \cos(\frac{\pi}{8})$

b. En déduire que $1 + e^{i\frac{\pi}{4}} = 2\cos(\frac{\pi}{8})e^{i\frac{\pi}{8}}$

Exercice 2

1/a. Calculer le module et un argument de u = $\frac{1}{2} + i\,\frac{\sqrt{3}}{2}$

b.Vérifier que $(\frac{\sqrt{3}}{2} + i\,\frac{1}{2})^2 = u$

2/ On considére l'équation (E) : $2z^2 - (7 + i\sqrt{3})z + 2(3 + i\sqrt{3}) = 0$

a. Vérifier que le discriminant $\Delta = -4u$

b. Résoudre dans C l'équation (E)

Exercice 3

Soit la fonction f définie sur IR par : $\begin{cases} -2 + \frac{\sin x}{x} & si\ x < 0 \\ 2x^3 - 3x^2 - 1 & si\ x \in [0,2] \\ 2x - \sqrt{x^2 - x - 1} & si\ x > 2 \end{cases}$

1/a. Montrer que pour tout réel x de]-∞,0[on a : $-2 + \frac{1}{x} \leq f(x) \leq -2 - \frac{1}{x}$

b. En déduire $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

2/a. Calculer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

b. Etudier la continuité de f en 0 et en 2

3/ On donne dans la figure ci-dessous C_f la courbe de f dans un repère orthonormé du plan.

Répondre aux questions suivantes en utilisant le graphique

a. Dresser le tableau de variation de f sur [0,2]
b. Montrer que l'équation f(x) = 0 admet une solution unique $\propto \in [0,2]$.
   Vérifier que $1.6 < \propto < 1.7$
c. Donner le signe de f suivant les réels x

4/a. Déterminer les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(\sqrt{x})$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(\frac{1}{x^2-1})$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(\frac{2x}{2x-3})$

c. Déterminer les images par f des intervalles : [0,2] et]2,+∞[