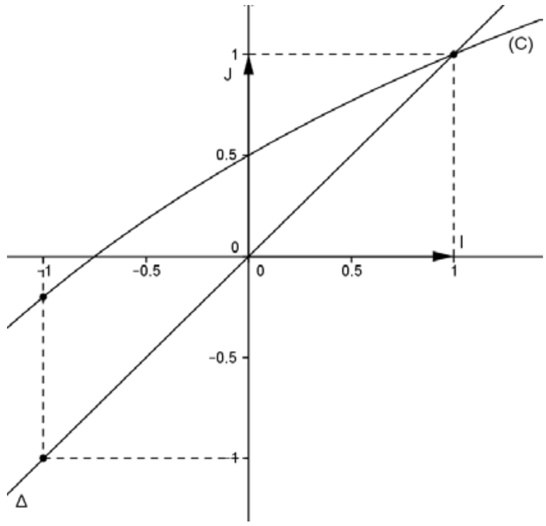
LYCEE Nasrallah **PROF: BenTaiebLotfi** **4^{eme}SC**	2016/2017 *Série Révision Mathématiques*

EXERCICE 1



Dans le graphique ci-contre on a tracé une partie de la courbe (C) qui représente la fonction $f : x \mapsto \frac{4x+3}{x+6}$ et la droite $\Delta : y = x$.

Soit la suite (u_n) définie sur IN par : $\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{4u_n+3}{u_n+6} \end{cases}$

1) Placer sur l'axe des abscisses (O,I) les quatre premiers termes de la suite (u_n) sans les calculer.

2) Montrer, par récurrence, que pour tout n ∈ IN on a : $-1 \leq u_n \leq 1$.

3) a Prouver que $f(x) - x \geq 0$ pour tout réel $x \in [-1,1]$.

b) En déduire que la suite (u_n) est croissante et déterminer sa limite

4) Soit la suite (v_n) définie sur IN par : $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 3}$

a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme .

b) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n . En déduire $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

5) On pose pour tout n ∈ IN, la somme : $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_n$ et $w_n = \frac{1}{u_n+3}$

a) Montrer que $S_n = \frac{3}{4} \times \left(\frac{3}{7}\right)^n - \frac{7}{4}$

b) En déduire que $\sum_{k=0}^{n} w_k$ (On pourra remarquer que $v_n = 1 - \frac{4}{u_n+3}$)

Exercice 2

On considère les spite U et V définies par0 : $U_0 = 1$ et $V_0 = 2$ et pour tout entier naturel n,

$U_{n+1} = \alpha U_n + (1-\alpha)V_n$ et $V_{n+1} = \alpha V_n + (1-\alpha)U_n$ ou αest un reel donne tel que $\frac{1}{2} < \alpha < 1$

1) Pour tout entier naturel n ou pose $t_n = V_n - U_n$

a. Calculer t_0 et t_1

b. Montrer que pour tout entier naturel n, $t_n = (2\alpha - 1)^n$, en déduire la limite de t_n

2)a. Montrer que pour tout entier naturel n, $V_n \geq U_n$

b. Montrer sue la suite U est croissante et que V est décroissante

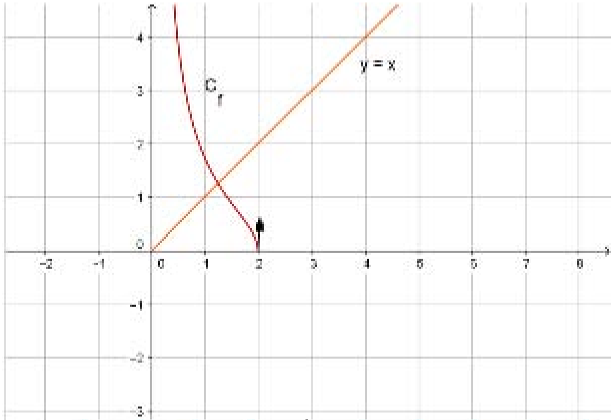
c. En déduire que les suites U et V convergent vers une même limite L

d. Montrer que pour tout entier naturel n, $V_n + U_n = 3$ et en déduire la valeur e la limite L.

Exercice 3

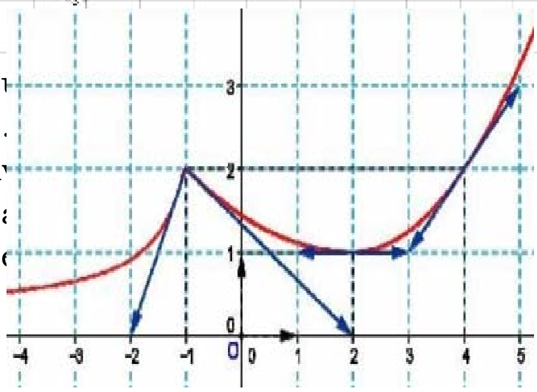
Soit f la fonction définie sur]0,2] par $f(x) = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x}$

1) Etudier la dérivabilité de f à gauche de 2. Interpréter graphiquement le résultat
2) Vérifier que pour tout x de]0,2[on a $f'(x) = \frac{-4}{x^2\sqrt{4-x^2}}$
3) Dresser le tableau de variation de f
4) Dans la figure ci-contre C_f est la courbe de f
   a. Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet dans]0,2] une unique solution α et que $\alpha \in]1,2[$
   b. Tracer la courbe symétrique de C_f par rapport à la droite d'équation $y = x$



Exercice 4

Le graphique ci-contre représente la courbe d'une fonction f définie sur IR qu'on note (C).



- La courbe (C) admet [...] à l'axe des abscisses.
- La fonction f est déri[...]
- La courbe (C) admet [...] branche parabolique d[...] des ordonnés.
- La droite d'équation y = 0 est une asymptote à (C) au voisinage de $-\infty$.

1)Déterminer : $f(4)$, $f'(4)$, $f(2)$ et $f'(2)$

2) Déterminer : $f'_d(-1)$ et $\lim\limits_{x\to(-1)^-}\frac{f(x)-2}{x+1}$

3) Déterminer : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

4) Dresser le tableau de variation de la fonction f

5) On donne la fonction g définie sur IR par : $g(x)= \frac{-f(x)}{1+f(x)}$

   a) Montrer que pour tout $x \in IR \setminus \{-1\}$, on a : $g'(x)= \frac{-f'(x)}{[1+f(x)]^2}$

   b) Etablir le tableau de variation de la fonction g.