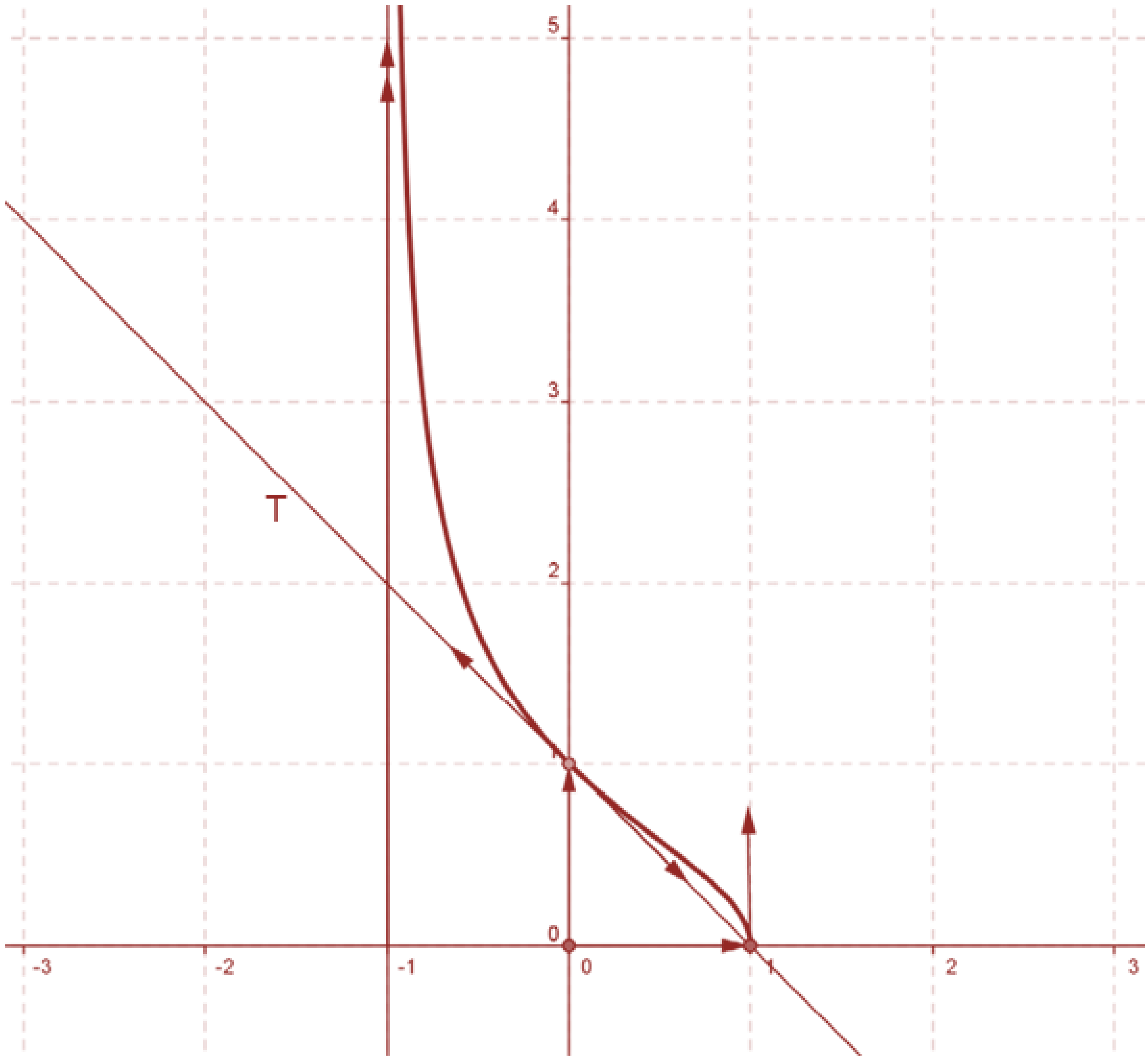
Mathématiques	Devoir de Contrôle n°1	Lycée Ibn Khaldoun Jammel
4Sc. exp_1		09/11/2016
Afli Ahmed		

Exercice 1 :

On donne ci-dessous la courbe représentative dans un repère orthonormé d'une fonction f définie sur]-1 ;1[.

Sur cette courbe on a indiqué la tangente T au point d'abscisse 0 , la demi-tangente au point d'abscisse 1 et l'asymptote verticale d'équation x = -1



1.) En utilisant le graphique :

a. Donner f(0) , f(1) , $\lim\limits_{x \to (-1)^+} f(x)$, $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)-1}{x}$ et $\lim_{x \to 1^-} \frac{f(x)}{x-1}$

b. Donner une équation de la tangente T.

c. Donner f( ]- 1;1])

2.) On donne pour tout $x \in]-1;1[$, $\mathbf{f'(x)} = \frac{-1}{(x+1)\sqrt{1-x^2}}$.

Soit h la fonction définie sur]0 ; π[par **h(x) = f(cosx).**

a. Calculer $\lim\limits_{x \to \pi^-} h(x)$.

b. Montrer que h est dérivable sur]0 ; π[et calculer h' (x) .

Exercice 2 :

Soit f la fonction définie sur IR par $\mathbf{f(x) = x^2 - \sin\frac{\pi}{2}x}$.
On désigne par (C_f) sa courbe representative dans un repère orthonormé$(O;\vec{i},\vec{j})$.

1.) Justifier la continuité et la dérivabilité de f sur IR.

2.) a. Montrer qu'il existe un point de (C_f) d'abscisse e appartient à] 0,1[tel que la tangente

en ce point est de vecteur directeur $\vec{i}$.

b. Calculer f ' (x) pour tout réel x.

c. Montrer que $f(e) = e^2 - \frac{\sqrt{\pi^2 - 16e^2}}{\pi}$

3.) Montrer que l'équation $2f(x) = 3$ admet une solution $\alpha \in]1;2[$

Exercice 3 :

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$,on considère les points A,B,C et E d'affixes respectives : $z_A = 1 - i$; $z_B = 3i$; $z_C = -3 - 2i$ et $z_E = -i$.

1.) a. Montrer que ABC est un triangle isocèle et rectangle.

b. Déterminer l'affixe de D tel que : ABDC soit un carré.

2.) Soit f l'application du plan dans lui-même définie par :

$$f : \wp \setminus\{O\} \rightarrow \wp$$

$$M(z) \longmapsto \mathbf{M'}(\mathbf{z'}) \text{ tel que } \mathbf{z'} = \frac{z - 3i}{iz}$$

a. Déterminer l'ensemble (E_1) des points M(z) tel que z ' soit réel.

b. Montrer que pour tout réel $z \neq 0$ on a : $iz(z' + i) = -3i$.

c. En déduire que si M appartient au cercle $C_{(O,6)}$ de centre O et de rayon 6 alors

M' appartient à un cercle que l'on précisera.

3.) On suppose que $z = 3ie^{2i\theta}$ où $\theta \in [0;\pi[$

a. Montrer que $z' = 2\sin\theta e^{-i\theta}$.

b. Déterminer θ pour que M' soit sur le cercle trigonométrique.

Exercice 4 :

Soit u la suite définie sur ℕ par : $\mathbf{u_0 = -2 \text{ et } u_{n+1} = \frac{4u_n + 3}{u_n + 6}}$

1.) a. Montrer que pour tout ∈ ℕ, $-2 \leq u_n \leq 1$.

b. Montrer que u est convergente et calculer sa limite.

2.) Soit la suite v définie sur ℕ par $\mathbf{v_n = \frac{u_n + 3}{u_n - 6}}$

a. Montrer que la suite v est géométrique de raison $q = \frac{7}{3}$

b. Exprimer v_n puis u_n en fonction de n.

c. Retrouver la limite de (u_n).