L.S :02/03/34 **Goubellat** **Date : 08/05/2014** **Classe :** 4^{eme} *année* **Prof :Hamdi**	**Devoir de Synthèse N°3** **Section : Sciences Expérimentales** **Epreuve : Mathématiques** **Durée : 3h** **Coefficient :3**

EXERCICE N° 1 (3 Pts)

Indiquer la réponse exacte

I °) Le temps , en minutes que passe un médecin pour consulter un patient est une variable aléatoire X qui suit une loi exponentielle de paramètre 0,1

1 °) La probabilité qu'un patient passe plus de 15 minutes est égale à

a °) $1 - e^{-\frac{3}{2}}$; b °) $e^{-\frac{3}{2}}$; c °) $\frac{1}{\sqrt{e}}$

2 °) La probabilité qu'un patient passe entre 5 minutes et 10 minutes est égale à

a °) $\frac{1}{e}$; b °) $1 - \frac{1}{\sqrt{e}}$; c °) $\frac{\sqrt{e} - 1}{e}$

II °) On considère l'équation differentielle (E) : $9 y'' + \pi^2 y = 0$

Les solutions de l'équation (E) sont les fonctions f définies par :

a °) $f(x) = A\cos(\pi x) + B\sin(\pi x)$; b °) $f(x) = A\cos(\pi^2 x) + B\sin(\pi^2 x)$

c °) $f(x) = A\cos\left(\frac{\pi}{4} x\right) + B\sin\left(\frac{\pi}{4} x\right)$

III °) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + e^{-x}$, $\lim_{x \to -\infty} f(x) = L$ alors on a :

a°) $L = +\infty$; b°) $L = 0$; c °) $L = -\infty$

EXERCICE N° 2 (4 Pts)

Une équipe de Foot-ball participe chaque année dans deux tournois l'un concerne la coupe et l'autre le championat

La probabilité pour que cette équipe gagne le championat est de 0,4 ,celle que cette équipe gagne la coupe quand elle gagne le championat est de 0,7 et la probabilité que cette équipe gagne la coupe quand elle n'a pas gagné le championat est de 0,3

On note par B et C les deux evenements:

B " l'équipe gagne le championat "

C "l'équipe gagne la coupe"

1°) a °) Donner un arbre qui illustre les données ci -dessus

b °) Calculer la probabilité pour que cette équipe ne gagne ni le championat _ ni la coupe

c °) Calculer la probabilité pour que cette équipe gagne la coupe

2 °) La fédiration de Foot -ball consacre 200 mille dinars pour l'équipe qui remporte le championat et 100 mille dinars pour l'équipe qui remporte la coupe

Quel est le revenu moyen de cette équipe

3 °) Cette équipe participe 5 anneés successives dans ces deux tournois , le resultat de chaque année est independants des autres

Calculer la probabilité pour que cette équipe remporte au moins deux fois la coupe et le championat

EXERCICE N° 3 (3.5 Pts)

Le tableau ci_dessous donne, pour des filles entre 1 et 14 ans, la taille moyenne X (en centimètres) et le poids moyen Y (en kilogramme)

Age	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
X	72.5	84.5	92.8	99.7	106.4	112.4	118.2	123.9	129.4	134.8	140.1	147.4	154.4	157.9
Y	9.2	11.6	13.6	15.3	17.2	19	22.3	23.8	26.7	29.7	33	37	45	48.3

On pose $Z = \text{Log } Y$

1 °) Vérifier qu'on peut realiser un ajustement affine par la méthode des moindres carrés de la serie (X , Z)

2 °) Donner une équation de la droite d'ajustement affine D de Z en X obtenue par la methode de moindres carrés (les Z_i et les coefficients de la droite de régression seront arrondis au milieme)

3 °) En déduire la relation $Y = 2{,}27\, e^{0{,}019\, X}$

4 °) Estimer le poids moyen des filles de 17 ans ayant une taille moyenne égale à 165 centimètres

EXERCICE N° 4 (4 Pts)

On considére l'equation différentielle (E) : $y' - 2y = 2(e^{2x} - 1)$

1 °) Montrer que la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = (2x)e^{2x} + 1$ est solution de l'équation (E)

2 °) Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$

a °) Montrer que f est solution de (E) si et seulement si (f - h) est solution de l'équation (E ') : $y' - 2y = 0$

b °) Résoudre l'équation (E ')

c °) En déduire les solutions de l'équation differentielle (E)

3 °) Soit g la solution de l'équation differentielle (E) telle que $g(0) = 0$

a °) Montrer que $g\left(\frac{1}{2}\right) = 1$ et que pour tout $x \leq \frac{1}{2}$ on a : $g(x) \leq 1$

b °) En remarquant que pour tout réel x on a : $g(x) = \frac{1}{2}\left(g'(x) - 2e^{2x} + 2\right)$, calculer l'intégrale

$I = \int_0^{\frac{1}{2}} (1 - g(x))\, dx$,puis en donner une signification graphique

EXERCICE N° 5 (5.5 Pts)

Dans le repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ la courbe (C) représente une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = a e^{-x} + bx - 2$ où a et b sont deux réels

* La droite D : $y = x - 2$ est une asymptote oblique à la courbe (C) au voisinage de ($+\infty$)
* Lacourbe (C) admet une branche infinie de direction l'axe des ordonnées au voisinage de ($-\infty$)
* La courbe (C) admet une tangente horizontale au point A
* La courbe (C) coupe l'axe des abscisses au point B (α , 0) ; où α est un réel

1 °) a °) Déterminer par une lecture graphique , f (0) et f (α)

b °) Déterminer $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$

c °) En déduire les valeurs de a et b

2 °) On admet dans la suite que $f(x) = 2e^{-x} + x - 2$

a °) Calculer f ' (x) pour tout réel x

b °) En déduire les coordonnées du point A

3 °) Soit A l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C) et les droites d'équations respectives $x = \alpha$; $x = 0$ et $y = 0$

a °)Calculer l'intégrale $I = \int_0^{\alpha} f(x)\,dx$

b °) Montrer que $A = (\alpha - \frac{1}{2}\alpha^2)$ u.a

4 °) On note g la restricution de f à l'intervalle $[\text{Log } 2 ; +\infty[$

a °) Montrer que g réalise une bijection de $[\text{Log } 2 ; +\infty[$ sur un intervale J que l'on précisera

b °) Construire (C ') la courbe de g^{-1} dans le meme repère (O , $\vec{i}$, $\vec{j}$)

BONNE CHANCE

Nom :………………………………..
Prénom :……………………………………….
Classe :…………………………………….