L.S :02/03/34 **Goubellat** **Date : 13/11/2014** **Classe :** 4eme *année* **Prof : Hamdi**	**Devoir de contrôle N°1** **Section : Sciences Expérimentales** **Epreuve : Mathématiques** **Durée : 2h** **Coefficient : 3**

EXERCICE N° 1 (3 Pts)

Donner la réponse exacte

1°) On donne Z = U + 3 i avec U un nombre complexe alors on a:

a °) $\overline{Z} = \overline{U} - 3i$; b°) $\overline{Z} = \overline{U} + 3i$; c°) $\overline{Z} = U - 3i$

2°) On donne $f(x) = \dfrac{\sin(1-4x)}{1-4x}$ alors on a:

a°) f est prolangeable par contiuité en $\frac{1}{4}$; b°) f n'est pas prolangeable par contiuité en $\frac{1}{4}$

c °) $\lim\limits_{x \to +\infty} = +\infty$

3°) On donne $Z = -\cos\theta - i\sin\theta$ alors on a:

a°) $Z = e^{i(\theta+\pi)}$; b°) $Z = e^{i\theta}$; c°) $Z = e^{-i\theta}$

EXERCICE N° 2 (6 Pts)

On se propose d'étudier la fonction f définie par :$f(x) = \dfrac{1}{4}(-x^4 + 6x^2 + 12x - 8)$

A °) Soit la fonction g définie par : $g(x) = -x^3 + 3x + 3$

1 °) Etudier les variations de g

2 °) Montrer que l'équation : g (x) = 0 admet une seule solution α dans $]2, 3[$

3 °) Montrer que $\alpha^3 = 3\alpha + 3$

4 °) Déduire de ce qui précède le signe de g(x) suivant les valeurs de x

B °)

1 °) Etudier les variations de f

2 °) Montrer que $f(\alpha) = \dfrac{3}{4}\alpha(\alpha+3) - 2$

3 °) Montrer que $\dfrac{11}{2} \leq f(\alpha) \leq \dfrac{23}{2}$

4 °) Donner l'allure de la courbe représentative de f

EXERCICE N° 3 (5 Pts)

On considère le nombre complexe $a = -\sqrt{2-\sqrt{2}} + i\sqrt{2+\sqrt{2}}$

1 °) Calculer a^2 puis determiner son module et un argument

2 °) a°) Donner la forme trigonométrique de a

b°) Représenter sur un meme repère orthonormé les nombres a^2 ; a et -a

3 °) En déduire d'après ce qui precède les valeurs exactes de $\cos\dfrac{5\pi}{8}$ et $\sin\dfrac{5\pi}{8}$

EXERCICE N° 4 (6 Pts)

On considère le nombre complexe $U=\frac{1}{1-e^{i\theta}}$ ou $\theta \in \left]0,2\pi\right[$

1°) a°) Montrer que $U=\frac{-1}{2i\sin(\frac{\theta}{2})}e^{-i\frac{\theta}{2}}$

b°) En déduire la forme exponentielle de U

2°) a°) Vérifier que $U=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i\,\text{cotg}(\frac{\theta}{2})$ et $U-1=-\overline{U}$

b°) En déduire que $\arg(U)+\arg(U-1)\equiv\pi\left[2\pi\right]$

3°) On suppose que $\theta=\frac{\pi}{3}$ et on considère les points A(-1) ; B(U) et C($\overline{U}$)

a°) Placer les points A;B et C sur le cercle trigonométrique

b°) Mettre sous la forme exponentielle le complexe $\frac{1+U}{1+\overline{U}}$

c°) En déduire la nature du triangle ABC

BONNE CHANCE