# Série d'exercices

*Variables aléatoires réelles*

## EXERCICE N1 :

Une urne contient une boule numérotée (-1) ; une boule numérotée 5 et trois boules numérotées (-3) indiscernables au toucher. On tire successivement et sans remise deux boules de l'urne.

1) Calculer la probabilité de l'évènement A : « tirer deux boules de numéros différents ».
2) Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage de deux boules associe la somme des numéros correspondants.
   Déterminer la loi de probabilité de X puis montrer que ce jeu est perdant.

## EXERCICE N2 :

La probabilité qu'un joueur de fléchettes atteigne sa cible est égal à 0,9.
On suppose que le joueur effectue quatre tirs et on note X la variable aléatoire qui indique le nombre de succès réalisés au cours de ces répétitions.
Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
A : « le joueur réalise deux succès »  B : « le joueur réalise au moins un succès »
C = (0,5< X ≤2,9)

## EXERCICE N3 :

Une urne contient **cinq** jetons numérotés : 1,1,2,2,3. Les jetons sont indiscernables au toucher. On tire au hasard et **simultanément deux jetons de l'urne**.

1) Calculer la probabilité de tirer deux jetons portant le même numéro.
2) Soit X l'aléa numérique qui à chaque tirage de deux jetons, associe la somme des numéros marqués sur les jetons obtenus. Déterminer la loi de probabilité de X.
3) On répète l'épreuve précédente quatre fois de suite en remettant à chaque fois les deux jetons tirés dans l'urne.

Soit Y la variable aléatoire égale au nombre de tirages donnant deux jetons portant le même numéro. Calculer la probabilité d'obtenir au moins un tirage de deux jetons portant le même numéro.

## EXERCICE N4 :

On dispose de deux sacs $S_1$ et $S_2$ et d'un dé cubique parfait. Le sac $S_1$ contient trois jetons blancs numérotés 0,0,1 et trois jetons noirs numérotés 0,2,2. Le sac $S_2$ contient deux jetons blancs numérotés 0,1 et quatre jetons noirs numérotés 0,0,0,1. Les faces du dé sont numérotées 1,1,2,2,2,2.

1) On lance le dé une fois.

- Si le numéro 1 apparait, on tire simultanément deux jetons du sac $S_1$.
- Si le numéro 2 apparait, on tire successivement et sans remise trois jetons du sac $S_2$.

■ Soit les événements :
A : « Parmi les jetons tirés, on obtient le jeton noir numéro 1 »
B : « Les jetons tirés sont noirs »

1) Calculer p(B) et montrer que p(A)= $\frac{1}{3}$
2) Les jetons tirés sont noirs. Calculer la probabilité de faire le tirage dans le sac $S_1$
3) Soit X la variable aléatoire qui à chaque épreuve associe la somme des numéros marqués.
   a) Donner les valeurs prises par X.
   b) Calculer la probabilité d'obtenir une somme égale à 2.
   c) Calculer la probabilité d'obtenir une somme supérieure ou égale à 1
4) On répète l'épreuve 5 fois de suite, en remettant à chaque fois les jetons tirés dans le sac correspondant.
   Calculer la probabilité d'obtenir parmi les jetons tirés le jeton noir numéro 1 pour la première fois à la troisième épreuve.

## EXERCICE N5 :

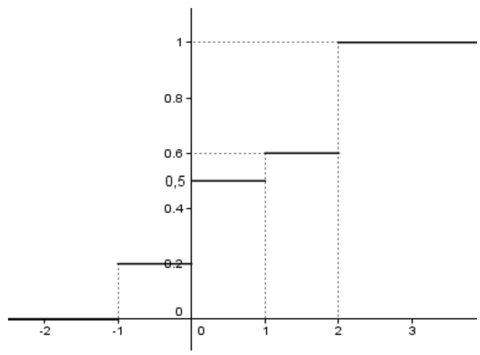
Dans une production de lampes électriques, la probabilité qu'une lampe électrique soit défectueuse est égale à 0,1. On considère un lot de 50 lampes électriques emballées pour le soumettre à un test de contrôle. On suppose que les lampes électriques fonctionnent de façon indépendante.

1) Déterminer la probabilité que dans ce lot il y ait au plus 3 lampes électriques défectueuses.
2) Déterminer la moyenne et l'écart-type de la distribution des lampes électriques défectueuses.

## EXERCICE N6 :

Dans le graphique ci-contre on a représenté la fonction de répartition F d'une variable aléatoire réelle discrète X définie sur un univers Ω.

1) Déterminer les valeurs prises par X.
2) Donner la valeur de p(X≤1) et p(X=-1).
3) Déterminer la loi de probabilité de X et calculer l'espérance et l'écart-type de X.




## EXERCICE N7:

La durée de vie d'un robot, exprimée en années, jusqu'à ce que survienne la première panne est une variable aléatoire notée X qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda > 0$.

1) Déterminer, arrondi à 0,1 prés, pour que la probabilité p(X> 6) soit égale à 0,3

■ Pour la suite de l'exercice, on prendra $\boldsymbol{\lambda}$ =**0,2.**

2) Quelle est la probabilité qu'un robot n'a pas eu de panne au cours de la première année et tombe en panne pour la première fois au cours des deux années suivantes.
3) Montrer que la probabilité qu'un robot n'ait pas eu de panne au cours des deux premières années est $e^{-0,4}$.
4) Sachant qu'un robot n'a pas eu de panne au cours des deux premières années, quelle est (à $10^{-2}$prés) la probabilité qu'il soit encore en état de marche six ans de plus ?
5) On considère un lot de 10 robots fonctionnant de manière indépendante.
   a) Déterminer la probabilité que dans ce lot, il y ait exactement trois robots qui n'aient pas eu de panne au cours des deux premières années.

(On peut considérer la variable aléatoire Y qui indique le nombre de robot n'ayant pas eu de panne au cours des deux premières années.

b) Déterminer la probabilité que dans ce lot, il y ait au plus neuf robots qui n'aient pas eu de panne au cours des deux premières années.

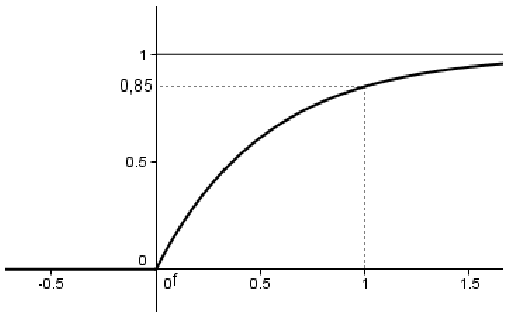
## EXERCICE N8:

La durée de vie, exprimée en semaines, d'un composant électronique est une variable aléatoire notée X qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda$ ; avec $\lambda > 0$.
Une étude statistique permet de supposer que la probabilité qu'un composant électronique n'ait pas eu de panne durant 200 semaines est égale à 0,5.

1) Montrer que $\lambda=\frac{\ln 2}{200}$
2) Quelle est la probabilité qu'un composant n'est plus fonctionnel après 300 semaines.
3) Quelle est la probabilité qu'un composant n'ait pas eu de panne avant 200 semaines et pouvait rester en état de marche 100 semaines de plus au maximum.
4) Sachant qu'un composant a déjà fonctionné 200 semaines, Calculer la probabilité qu'il fonctionne encore 100 semaines de plus.
5) On considère un lot de 10 composants électroniques, fonctionnant de manière indépendante. Calculer la probabilité que dans ce lot il y ait au moins un composant qui n'ait pas eu de panne durant 200 semaines.

## EXERCICE N9:

Soit X une variable aléatoire qui suit une loi de probabilité exponentielle p de paramètre $\lambda$. Voici la courbe représentative de sa fonction de répartition F.




1) A l'aide du graphique déterminer $\lambda$.
2) Calculer F(1,5). En déduire $p(1<X<1,5)$
3) On sait que X est supérieure à 1. Quelle est la probabilité que X soit supérieure à 2,5 ?

## EXERCICE N10:

On suppose que la durée (en minutes) du trajet qui sépare un employé de son travail est une variable aléatoire T à valeurs dans [30,50] qui suit une loi de probabilité uniforme.

1) Calculer la probabilité que l'employé parcours ce trajet entre 35 et 40 minutes.
2) Calculer la probabilité que l'employé parcours ce trajet en exactement 37 minutes.
3) Calculer la probabilité que l'employé parcours ce trajet en une durée moins que 40 minutes.
4) L'employé a parcouru ce trajet en une durée plus que 35 minutes. Calculer la probabilité que cette durée ne dépasse pas 45 minutes.