LYCEE SAID BOU BAKKER MOKNINE
PROF: HANNACHI SALAH
4EME TECHNIQUE 3

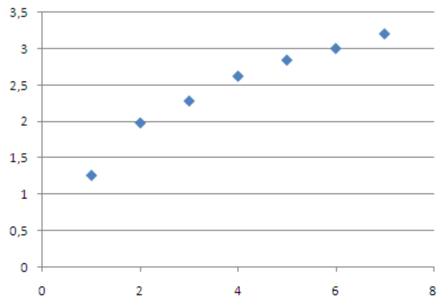
SERIE D'EXERCICES DE REVISION

Bac 2014

EXERCICE 1 :

On donne l'évolution du profil annuel, exprimé en millions de dinars (MD), d'une entreprise de 2007 à 2013.

Année	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Rang de l'année (X)	1	2	3	4	5	6	7
Profil annuel (Y)	1,26	1,98	2,28	2,62	2,84	3	3,2



1) Voici dans un repère orthogonal, le nuage de points associé à la série statistique (X,Y). placer le point moyen G associé à cette série.

2) Le nuage de points associé à la série (X,Y) permet d'envisager **un ajustement de type logarithme.**

a) Recopier le tableau ci-dessous et le compléter. (Les résultats seront arrondis à 10^{-2}prés).

X	1	2	3	4	5	6	7
$Z=e^Y$	3,53	…………	……………	13,74	………….	……………	24,53

b) Calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série statistique (X,Z). Interpréter ce résultat.

c) Donner une équation de la droite D de régression de Z en X. En déduire Y en fonction de X.

d) Donner alors une estimation du profil annuel (arrondi à 10^{-2}prés) pour l'année 2014.

e) Déterminer à partir de quelle année le profil annuel initial aura au moins triplé.

EXERCICE 2:

La durée de vie, exprimée en semaines, d'un composant électronique est une variable aléatoire notée X qui suit une loi exponentielle de paramètre λ ; avec $\lambda > 0$.

Une étude statistique permet de supposer que la probabilité qu'un composant électronique n'ait pas eu de panne durant 200 semaines est égale à 0,5 [autrement dit : p(X$>$ 200)=0,5]

1) Montrer que $\lambda=\frac{\ln 2}{200}$

2) Quelle est la probabilité qu'un composant n'est plus fonctionnel après 300 semaines.

3) Quelle est la probabilité qu'un composant n'ait pas eu de panne avant 200 semaines et pouvait rester en état de marche 100 semaines de plus au maximum.

4) Sachant qu'un composant a déjà fonctionné 200 semaines, Calculer la probabilité qu'il fonctionne encore 100 semaines de plus.

5) On considère un lot de 10 composants électroniques, fonctionnant de manière indépendante. On note Y la variable aléatoire qui indique le nombre de composants dans ce lot qui n'aient pas eu de panne durant 200 semaines.

a) Montrer que Y suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

b) Calculer la probabilité que dans ce lot il y ait au moins deux composants qui n'aient pas eu de panne durant 200 semaines.

EXERCICE 3:

I/ Cocher la réponse exacte :

La suite (I_n) définie sur IN par : $I_n = \int_0^n \sqrt{x}\, e^x dx$ est une suite :

a/ croissante b/ décroissante c/ stationnaire

II/ On pose $u_0 = \int_0^1 e^{-2x} dx$ et $u_n = \int_0^1 x^n e^{-2x} dx$ pour tout $n \in IN^*$.

1) Calculer u_0 et u_1.

2) a) Montrer à l'aide d'une intégration par parties, que :

$2u_{n+1} = (n+1)u_n - e^{-2}$ pour tout $n \in IN^*$.

b) En déduire que $u_2 = \frac{1}{4}(1 - 5e^{-2})$.

3) a) Montrer que la suite (u_n) est décroissante et que $u_n \geq 0 \ \forall\, n \in IN^*$.

b) En déduire que la suite (u_n) est convergente.

4) a) Montrer que pour tout $x \in [0,1]$ on a : $0 \leq x^n e^{-2x} \leq x^n$

b) En déduire que pour tout $\in IN^*$, $0 \leq u_n \leq \frac{1}{n+1}$

c) Déterminer alors $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

EXERCICE 4:

On donne le tableau de variation de la fonction f : x ⟼ ln(x+3).

x	-3		$+\infty$
f'(x)		+	
f	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

1) Montrer que l'équation f(x)=x admet une solution unique α dans$]1,2[$.

2) Soit la suite réelle $(\mathbf{u_n})$ définie sur IN par :

$\mathbf{u_0}$=1 et $\mathbf{u_{n+1}}$=f($\mathbf{u_n}$).

a) Montrer que pour tout entier naturel n, on a : $\mathbf{1} \leq \mathbf{u_n} \leq \mathbf{2}$. (On prend ln4≃1,4 et ln5≃1,6)

b) Montrer que la suite $(\mathbf{u_n})$ est croissante. (on pourra se servir du principe de récurrence)

c) En déduire que la suite $(\mathbf{u_n})$ est convergente et déterminer sa limite.

3) a) Montrer que pour tout x ∈ $[1,2]$, on a : $|f'(x)| \leq \frac{1}{4}$

b) En utilisant le théorème des accroissements finis, montrer que pour tout n ∈ IN on a :

$|\mathbf{u_{n+1}} - \alpha| \leq \frac{1}{4}|\mathbf{u_n} - \alpha|$

c) En déduire que pour tout n ∈ IN on a : $|\mathbf{u_n} - \alpha| \leq (\frac{1}{4})^n$

d) Retrouver alors $\lim\limits_{n \to +\infty} \mathbf{u_n}$

EXERCICE N5 : (BAC 2004)

On considère la suite réelle (u_n) définie sur IN par : $\begin{cases} u_0 = \frac{3}{2} \\ u_{n+1} = 1 + \sqrt{u_n - 1} \end{cases}$

1) a) Montrer que pour tout n ∈IN on a : $1 < u_n < 2$

b) Montrer que la suite (u_n) est croissante.

c) En déduire que (u_n) est convergente vers une limite que l'on déterminera.

2) Soit la suite réelle (V_n) définie sur IN par : $V_n = \ln(u_n - 1)$

a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$ .Préciser son premier terme.

b) Exprimer u_n à l'aide de n. Puis calculer $\lim_{n \to +\infty} u_n$

EXERCICE N6 :

Soit g(x)=x+$\ln(e^{-2x} + 1)$; x ∈ [0,+∞[. On désigne par (C) sa courbe représentative selon un repère orthonormé (O, $\vec{u}$,$\vec{v}$).

1) Etablir le tableau de variation de g.

2) Montrer que la droite D : y=x est une asymptote à (C) au voisinage de +∞.

3) Etudier la position de (C) par rapport à D.

4) Tracer (C) et D.

5) a) Montrer que f réalise une bijection de [0,+∞[sur un intervalle K qu'on précisera.

b) Tracer la courbe (C') de la fonction réciproque f^{-1} de f.

6) a) Montrer que pour tout t de [0,+∞[on a : $1-t \leq \frac{1}{1+t} \leq 1$

b) En déduire que pour tout x de [0,+∞[on a : $x - \frac{x^2}{2} \leq \ln(x+1) \leq x$

c) En déduire un encadrement de $\ln(1+e^{-2t})$ pour tout t de [0,+∞[.

7) Soit $\mathcal{A}_n$ la mesure de l'aire du domaine limité par la courbe (C), la droite D et les droites d'équations x=0 et x=n.

a) Montrer que $\frac{3}{8} - \frac{1}{2}e^{-2n} + \frac{1}{8}e^{-4n} \leq \mathcal{A}_n \leq \frac{1}{2} - \frac{1}{2}e^{-2n}$

b) En déduire $\lim_{n \to +\infty} \mathcal{A}_n$