LYCEE SAID BOU BAKKER MOKNINE PROF: SALAH HANNACHI « 4EME MATHS»	2014/2015 **SERIE D'EXERCICES N10** *Les similitudes*

Exercice n1 : (QCM)

Cocher la réponse exacte :

1) Soit I et J deux points distincts. L'application $h(I,2)oh(J,\frac{1}{2})$est :

a) une translation **b)** une homothétie **c)** L'identité du plan

2) L'image par une similitude de rapport $\frac{1}{2}$ d'un triangle d'aire $\mathcal{A}$ est un triangle dont l'aire est égale :

a) $\mathcal{A}$ **b)** $4.\mathcal{A}$ **c)** $\frac{1}{4}.\mathcal{A}$

3) Soit I un point quelconque. L'homothétie h(I,-4) est :

a) une similitude indirecte de rapport 4 **b)** une similitude directe de rapport 4 et d'angle nul **c)** similitude directe de rapport 4 et d'angle π

4) Soit I un point quelconque du plan. L'application $r(I,\frac{\pi}{6})oh(I,-2)$ est une similitude directe dont la forme réduite est :

a) $r(I,\frac{\pi}{6})oh(I,2)$ **b)** $r(I,-\frac{\pi}{6})oh(I,2)$ **c)** $r(I,-\frac{5\pi}{6})oh(I,2)$

5) Soit f l'application du plan complexe dans lui-même qui à M(z) on associe le point $M'(i\overline{z})$,alors f est :

a) similitude indirecte de rapport 2 **b)** symétrie orthogonale d'axe D : y=x **c)** symétrie orthogonale d'axe D : y=-x

6) Soit f la similitude indirecte dont la forme complexe est $z'=2i\overline{z}$, alors une équation de son axe est :

a) y=x+1 **b)** y=-x **c)** y=x

Exercice n2 : (Bac 2008)

Le plan est orienté dans le sens direct.

OAB est un triangle rectangle et isocèle tel que OA=OB et $(\widehat{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}})\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$. On désigne par I le milieu de [AB] et par C et D les symétriques respectifs du point I par rapport à O et à B.

Soit f la similitude directe qui envoie A sur D et O sur C.

1) Montrer que f est de rapport 2 et d'angle $\frac{\pi}{2}$

2) a) Montrer que O est l'orthocentre du triangle ACD.

b) Soit J le projeté orthogonal du point O sur (AC). Déterminer les images des droites (OJ) et (AJ) par f et en déduire que J est le centre de f.

3) Soit g la similitude indirecte de centre I, qui envoi A sur D.

a) Vérifier que g est de rapport 2 et d'axe (IC). En déduire g(O).

b) Déterminer les images de C et D par $g\ o\ f^{-1}$. En déduire la nature de $g\ o\ f^{-1}$

4) Soit I'=f(I) et J'=g(J).

a) Déterminer les images des points J et I' par $g\ o\ f^{-1}$.

b) Montrer que les droites (IJ), (I'J') et (CD) sont concourantes.

Exercice n3 : (Lycée pilote Kairouan)

ABCD est un carré direct de centre O et de coté 2. Soit I le milieu de [AB] et J le milieu de [AD].

A/ 1) a) Montrer qu'il existe une unique similitude directe f telle que f(D)=O et f(C)=I

b) Donner l'angle et le rapport de f. Construire le centre Ω de f.

2) a) Déterminer f((BD)) et f((BC)). En déduire f(B) et montrer que f(A)=J.

b) Caractériser f o f. En déduire que Ω est le barycentre des points pondérés (B,1) et (J,4).

3) Soit g la similitude indirecte telle que : g(D)=O et g(C)=I

a) Montrer que $g=S_{(OI)} o f$, puis déterminer g(B).

b) Donner la forme réduite de g.

B/ *Dans cette partie on garde seulement de la partie A/, les données suivantes : f et g sont des similitudes respectivement directe et indirecte qui transforment D en O et C en I.*

1) a) Vérifier que $(A, \overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AJ})$ est un repère orthonormé direct du plan.

b) Déterminer l'affixe de chacun des points C, D, O et I.

2) a) Déterminer l'expression complexe de f.

b) Retrouver le rapport et l'angle. Donner l'affixe du centre Ω de f.

3) a) Soit les points M(z) et M'(z'). Montrer que

g(M)=M' si et seulement si $z'=-\frac{1}{2}i\bar{z}+2+i$

b) Retrouver les éléments caractéristiques de g.

Exercice n4 :

On considère dans le plan orienté P un triangle équilatéral ABC de sens direct. On désigne par I et J les milieux respectifs des segments [AB] et [AC] et $D=S_C(A)$.

1) Soit f l'antidéplacement vérifiant f(C)=A et f(A)=B. Montrer que f est une symétrie glissante dont on précisera l'axe et le vecteur.

2) Soit g la similitude directe qui envoie B sur D et I sur C.

a) Montrer que g(A)=A puis caractériser g.

b) Justifier que f o g est une similitude indirecte dont on précisera le rapport.

c) Déterminer f o g(I) et f o g(A).

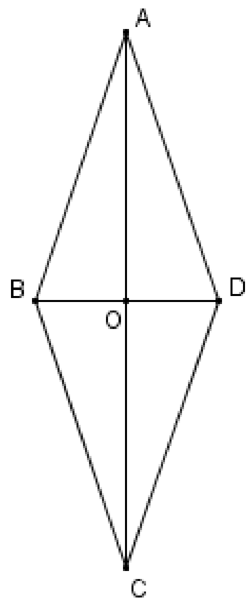
3) Soit Ω le point défini par : $\overrightarrow{\Omega A}+2\overrightarrow{\Omega I}=\vec{0}$

a) Vérifier que $\overrightarrow{\Omega B}+2\overrightarrow{\Omega A}=\vec{0}$. Déduire que f o g(Ω)= Ω

b) Montrer que l'axe de la similitude f o g est la perpendiculaire en Ω à la droite (AB)

Exercice n5 : (Bac 2014)

Le plan est orienté dans le sens direct. Dans la figure ci-contre, ABCD est un losange de centre O tel que $(\widehat{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}})\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$ et AC=3BD.



1) Soit f la similitude directe qui envoie A en B et C en D

a) Déterminer le rapport et l'angle de f.

b) Montrer que O est le centre de f.

2) a) Soit D' l'image de D par f. Montrer que D' est l'orthocentre du triangle ABD et que OA=9OD'

b) Soit B' l'image de B par f. Montrer que BB'DD' est un losange.

3) Soit g=f o $S_{(AC)}$

a) Déterminer la nature de g.

b) Déterminer les images des points O, A, B, C et D par g.

c) Déterminer l'axe Δ de g.

d) La droite Δ coupe les droites (AB), (BD'), (DB') et (CD) respectivement en M, N, P et Q. Montrer que MQ=3NP