EXERCICES COMPLEXES

saidani moez

bac maths:2014/2015

EXERCICE N°1

On considère l'application f définie de $\mathbb{C}$ sur $\mathbb{C}$ par: $f(z) = az + (1+i)(1-a)$ avec $a = \frac{1+i\sqrt{3}}{4}$

1. Déterminer le module et l'argument de nombre complexe a
2. Montrer que $f(z) = z$ possède une unique solution ω que l'on déterminera
3. Le plan complexe P muni d'un R.O.N.D.$(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ et on considère les points $A(\omega), M(z)$ et $M'(f(z))$ et on suppose $z \neq \omega$
   (a) Donner la mesure de l'angle $\widehat{(\overrightarrow{IM}, \overrightarrow{IM'})}$ puis déterminer IM' en fonction de I
   (b) On considère A_0 le point d'affixe $z_0 = 1 + 2i$ et on considère la suite $(z_n)_{n\in\mathbb{N}}$: définie par : $(\forall n \in \mathbb{N}); z_{n+1} = f(z_n)$
   Exprimer la distance IA_n en fonction de n (avec A_n et le point d'affixe z_n) puis calculer $\lim IA_n$

EXERCICE N°2

Le plan complexe P muni d'un R.O.N.D.$(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ et on considère les points $A(-1), B(1)$ et $c(i\sqrt{3})$ et ξ le cercle circonscrit le triangle ABC .Soit $z \in \mathbb{C}\setminus\{1\}$ et on pose $\varphi(z) = \frac{z-1}{z+1}; j = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$

A

1. Montrer que le triangle ABC est un triangle équilatéral
2. Ecrire $\varphi(i\sqrt{3})$ sous la forme exponentielle
3. Montrer que $\forall z \in \mathbb{C}\setminus\{-1;1\}$: $\left(\widehat{\overrightarrow{MA};\overrightarrow{MB}}\right) \equiv -\frac{2\pi}{3}[2\pi] \Leftrightarrow j\varphi(z) \in \mathbb{R}_+^*$

B 1. Montrer que $\forall u \in \mathbb{C} : |u+1| = |u| + 1 \Leftrightarrow u \in \mathbb{R}^+$

2. pour tout $\forall z \in \mathbb{C}\setminus\{1\}$on pose $z' = \varphi(z)$
   (a) Montrer que $j(jz'+1) = \frac{i\sqrt{3}-z}{z+1}$
   (b) Vérifier que $M(z)$ du plan $M \neq A; |jz'+1| = \frac{MC}{MA}$
   (c) Déduire que :$MA + MB = MC \Leftrightarrow |jz'+1| = |z'| + 1$
   (d) Déduire d'aprés ce qui précède Γ tel que $\Gamma = \{M \in P\setminus MA + MB = MC\}$

C 1. Résoudre dans $\mathbb{C}$: $(\varphi(z))^5 = 1$

2. Ecrire les solutions sous la forme exponentielle
3. Montrer que les solutions sont imaginaires purs