Exercice 1:

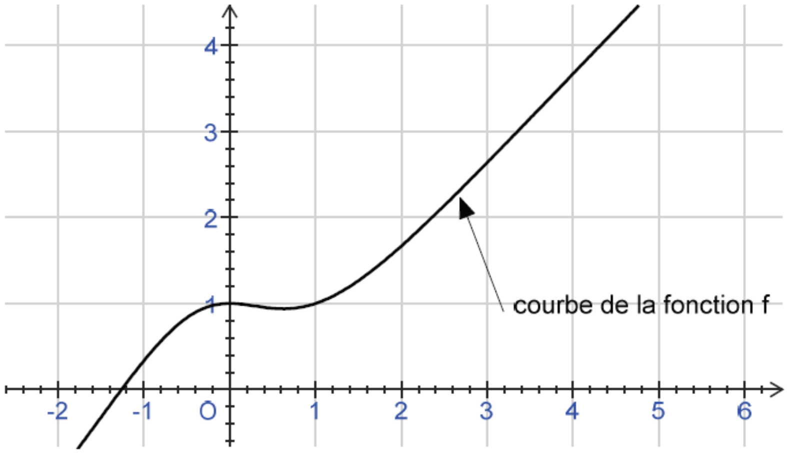
Choisir la réponse juste

La suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $U_0 = 3$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$ $U_{n+1} = f(U_n)$

A est croissante.

B est décroissante.

C n'est pas monotone.



On pose $U_n = n \sin\left(\frac{(-1)^n}{n\pi}\right)$

A (U_n) est divergente.

B (U_n) converge vers $\frac{1}{\pi}$.

C (U_n) converge vers $\frac{-1}{\pi}$.

L'équation $x^{11} + 11x - 22 = 0$ admet

A *une unique solution dans R*

B *deux solutions exactement dans R*

C *au moins solution dans R*

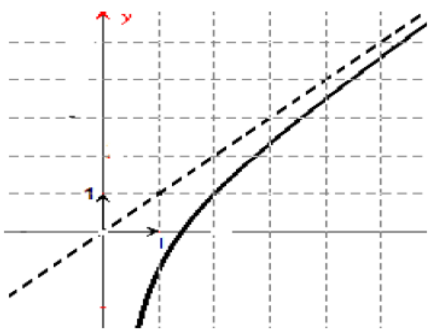
La courbe (C) ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f définie sur $]0, +\infty[$. La droite Δ est une asymptote à (C) au voisinage de $+\infty$.

$\lim_{x\to 0^+} x f\left(\frac{1}{x}\right) =$:

A 1

B 0

C $+\infty$



L'ensemble des points M d'affixe z tel que : $z = 4 + e^{i\alpha}$,avec $\alpha \in IR$ est un cercle

A Vrai

B Faux

Exercice 2:

Le plan complexe P est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On donne les points A et B d'affixes respectives 1 et – i. On considère la fonction *f* qui à tout point M distinct de B, d'affixe z, associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = \frac{1-z}{1-iz}$.

1°/ Déterminer l'ensemble E_1 des points M pour lequel z' soit réels.

2°/ Déterminer l'ensemble E_2 des points M pour lequel $|z'| = 1$.

3°/ a) Montrer que $\forall z \in \mathbb{C} \setminus \{-i\}$, on a : $z' + i = \frac{-1+i}{z+i}$.

b) En déduire que $BM \cdot BM' = \sqrt{2}$ et $(\vec{u}, \overrightarrow{BM}) + (\vec{u}, \overrightarrow{BM'}) \equiv \frac{3\pi}{4}\ [2\pi]$.

c) Montrer que si M appartient au cercle C de centre B et de rayon 1 alors le point M' appartient à un cercle C' que l'on déterminera.

d) Montrer que si M appartient à la droite D d'équation $y = x - 1$ alors le point M' appartient à une droite D' que l'on déterminera.

Exercice 3:

Soit la fonction f_n définie sur $]1 ; +\infty[$ par : $f_n(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} - x^n$ tel que $n \in \mathbb{N}^*$

1. a. Etudier les variations de f_n sur $]1 ; +\infty[$

   b. En déduire que l'équation $f_n(x) = 0$ admet dans $]1 ; +\infty[$ une seule solution α_n, vérifier que $\alpha_n \in]1 ; 2[$

2. a. Vérifier que $f_{n+1}(\alpha_n) < 0$, En déduire que la suite (α_n) est décroissante

   b. En déduire que (α_n) est convergente, on note ℓ sa limite

   c. Vérifier que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ on a : $\ell \leq \alpha_n$, Montrer alors que $\ell = 1$

Exercice 4:

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x) = x - 1 + \sqrt{x^2 - x} \text{ si } x \leq 0 \\ f(x) = 2x^2 \sin\left(\frac{\pi}{x}\right) - 1 \text{ si } x > 0. \end{cases}$

1./ Déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$. Interpréter.

2./ Vérifier que pour tout $x > 0$, on a : $f(x) = 2\pi x \frac{\sin\left(\frac{\pi}{x}\right)}{\frac{\pi}{x}} - 1$. En déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

3./ **a.** Montrer que pour tou $x > 0$, on a : $-2x^2 - 1 \leq f(x) \leq 2x^2 - 1$.

b. Montrer que f est continue sur $\mathbb{R}$.

c. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet au moins une solution $\alpha \in \left]1, \frac{6}{5}\right[$.

4./ **a.** Montrer que f est dérivable sur $]0, +\infty[$ puis calculer $f'(x)$ pour tout $x > 0$.

b. En déduire $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x^2 \sin\left(\frac{\pi}{x}\right)}{x - 1}$.