Lycée Jammel 3	Sujet de Révision A	Monastir
$4^{ème}$M		16 Mars 2014
Mr :Afli Ahmed		F.exp + conique + espace+ lecture graphique

➢ Exercice 1:

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\sqrt{4+e^{-x}}$

On désigne par Γ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. a. Montrer que f est une bijection de $\mathbb{R}$ sur $]2,+\infty[$.

   b. Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout $x\in\,]2,+\infty[$.

   c. Tracer Γ.

   d. Calculer le volume du solide engendré par la rotation autour de l'axe $(O\,;\vec{i})$ de la surface délimitée dans le plan P par l'axe $(O\,;\vec{j})$, la droite d'équation $x=1$ et la courbe Γ.

2. Pour tout $x\in\,]2,+\infty[$, on pose $g(x)=\int_0^{-\ln(x^2-4)}\sqrt{4+e^{-t}}\,dt$.

   a. Montrer que g est dérivable sur $]2,+\infty[$ et que pour tout $x\in\,]2,+\infty[$, $g'(x)=\frac{2}{x+4}-\frac{2}{x-4}-2$.

   b. En déduire $g(x)$ pour tout $x\in\,]2,+\infty[$.

   c. Calculer alors l'aire de la partie du plan limitée par la courbe Γ et les droites d'équations $x = 0$, $x = 1$ et $y = 0$.

➢ Exercice 2:

On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=(e^{x}+e^{-x}+1)$ et $g(x)=2(e^{x}-e^{-x})$

On donne les tableaux de variations suivants :

x	$-\infty$		$+\infty$
		$+$	
?	$-\infty$	↗	$+\infty$

Tableau 1

x	$-\infty$		0		$+\infty$
		$-$	0	$+$	
?	$+\infty$	↘	3	↗	$+\infty$

Tableau 2

1. Préciser avec une brève justification le tableau de variation de f et le tableau de variation de g.

2. Soit $(o,\vec{i},\vec{j})$ un repère orthonormé du plan.

   a. Montrer que l'ensemble Γ des points M(x, y) tels que : $4x^2-y^2-8x-12=0$ est une hyperbole dont on précisera le centre, les sommets, les foyers et les asymptotes.

   b. Construire Γ.

3. pour tout réel t, on considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E_t) : $z^2-2(e^{t}+e^{-t}+1)z+(e^{t}+e^{-t}+1)^2+4(e^{t}-e^{-t})^2=0$.

   Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E_t) .

4. Pour tout réel t, on désigne par M_t le point d'affixe $z_t=(e^{t}+e^{-t}+1)+i2(e^{t}-e^{-t})$.

   a. Montrer que pour tout $t\in\mathbb{R}$, $M_t\in\Gamma$.

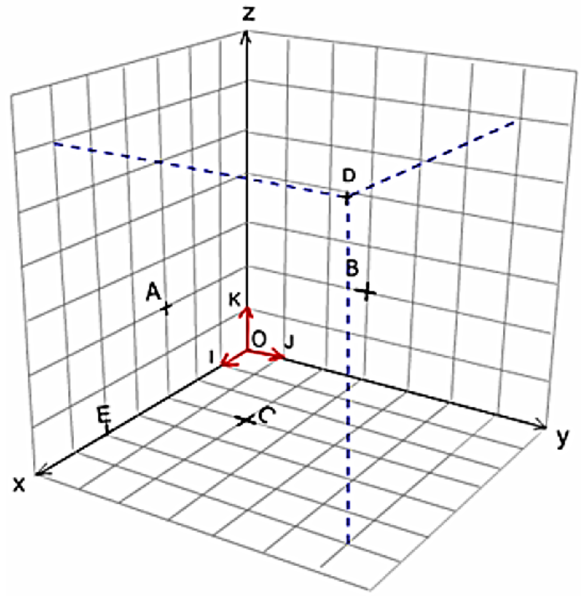
   b. préciser l'ensemble des points M_t lorsque t décrit $\mathbb{R}$.

   c. Donner une équation de la tangente à Γ au point $M_{\ln 2}$.

Exercice 3:

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ},\overrightarrow{Ok})$.

Dans la figure ci-contre ABCD est un tétraèdre tel que $\overrightarrow{OD}=6\overrightarrow{OI}+6\overrightarrow{OJ}+6\overrightarrow{OK}$



1. a. Préciser les coordonnées de chacun des points A, B, C et E.

b. Vérifier que $\overrightarrow{AC}\wedge\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OD}$.

c. En déduire l'aire du triangle ABC.

d. Calculer le volume du tétraèdre ABCD.

2. a. Donner une équation cartésienne du plan P = (ABC) puis vérifier que le point E appartient à P.

b. Soit S l'ensemble des points M(x ,y, z) tels que :

$x^2+y^2+z^2-2x-8y-6z+23=0$.

Montrer que S est une sphère dont on précisera le rayon et les coordonnées de son centre.

c. Montrer que S et P sont tangents en B.

3. Soit f l'application de l'espace dans lui-même qui à tout point M(x, y, z) associe le point M(x', y', z')

tel que : $x'=\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$, $y'=\frac{1}{2}y$ et $z'=\frac{1}{2}z$.

a. Montrer que f est une homothétie dont on précisera le centre et le rapport.

b. Montrer que $f(S)$ et P sont tangents en un point dont on précisera les coordonnées.

Exercice 4:

Dans l'annexe ci-joint :

Γ est la courbe représentative, dans un repère orthonormé, d'une fonction f définie sur L'intervalle $[0,+\infty[$ et dérivable sur $]0,+\infty[$.

* Les points O , A et B appartient à Γ.

* La droite (AC) est tangente à Γ en A .

* Γ admet une branche parabolique de direction L'axe des ordonnées au voisinage de $+\infty$.

1) Par une lecture graphique :

a) Déterminer $f(0)$, $f(2)$, $f(2e)$, $f'(2)$ et $f'(2e)$

b) Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$

c) Justifier que la restriction g de f à l'intervalle $[2,+\infty[$ admet une fonction réciproque g^{-1} et préciser l'ensemble de définition de g^{-1}

2) On admet que g est définie par $g(x) = x(1 + \ln 2 - \ln x)$, pour tout $x \geq 2$.

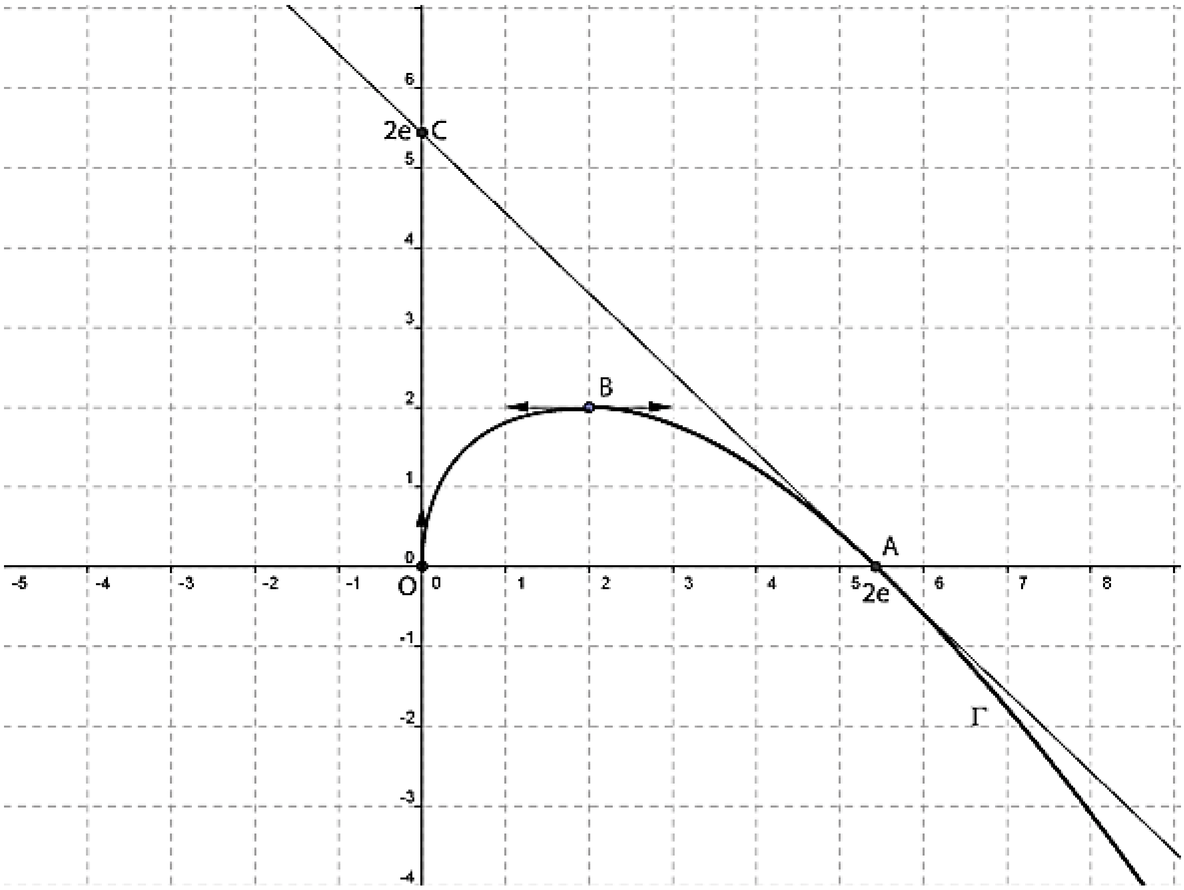
On désigne par **C** la courbe représentative de g et par **C'** celle de g^{-1} dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ du plan. Tracer les courbes **C** et **C'**

3) Soit D la partie du plan limitée par les axes $(O,\vec{i})$ et $(O,\vec{j})$ et les courbes **C** et **C'**

a) Hachurer D

b) Montrer que $\int_2^{2e} g(x)\,dx = e^2 - 3$

c) Calculer l'aire de D.



2e
C
B
A
O
2e
Γ