''*L'imagination est le mode de déplacement le plus rapide*'' Jean Morel

Exercice n°1 :

Dans chacune des questions suivantes, au moins une des réponses est exacte.

1) ABC est un triangle équilatéral direct de centre O. $R_{\left(C,\frac{\pi}{3}\right)} o\, S_{(CO)}$ est :

   a) $S_{(AC)}$ b) $S_{(OC)}$ c) $S_{(BC)}$ d) $r_{\left(A,\frac{\pi}{3}\right)}$.

2) Une isométrie qui échange deux points distincts A et B :
   a) Fixe tout point de (AB).
   b) Est une symétrie centrale.
   c) Est une symétrie orthogonale.
   d) Fixe le milieu de [AB].
3) Une isométrie qui laisse invariants deux points A et B.
   a) Est l'identité.
   b) Fixe le milieu de [AB].
   c) Laisse invariante la droite (AB).
   d) Laisse invariante la médiatrice de [AB].

Exercice n°2 :

Soit ABCD un carré direct de centre O. I,J,K et L sont les milieux respectifs des segments [AB] ,[BC],[CD] et [DA].

1) Justifier l'existence et l'unicité d'un déplacement f qui transforme B en K et L en A. Déterminer la nature et l'angle de f.
2) a) Déterminer les images par f des droites (AB) et (AD) ,en déduire f(A) et f(D).
   b) En déduire le centre de f.
3) Caractériser chacune des transformations suivantes :
   a) $f = S_{(AC)} o S_{(BD)}$ b) $f = S_{(BC)} o S_{(OI)}$ c) $f = r_{\left(C,\frac{\pi}{2}\right)} o r_{\left(A,\frac{\pi}{2}\right)}$ d) $f = r_{\left(A,\frac{\pi}{2}\right)} o t_{\overrightarrow{CB}}$

   e) $f = S_{(AC)} o r_{\left(A,\frac{\pi}{2}\right)}$ f) $f = S_{(IK)} o t_{\overrightarrow{BD}}$.

Exercice n°3:

Soit ABC un triangle équilatéral de sens direct. On désigne par I = A*B et J = A*C.

1) Montrer qu'il existe un unique déplacement f qui envoie A sur C et I sur J. Donner les éléments caractéristiques de f.
2) Définir l'antidéplacement g qui envoie C en A et A en B.
3) Caractériser l'application fog et gof.

Exercice n°4 :

Dans le plan orienté , on considère un triangle ABC tel que AC = 2AB , $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ et I=A*C.

1) a) Montrer qu'il existe un unique déplacement φ qui transforme A en I et B en C.
   b) Montrer que φ est une rotation dont on précisera l'angle. Construire son centre Ω.
2) Soient R la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et $g = \varphi o R^{-1}$.
   a) Déterminer g (A) puis caractériser l'application g.
   b) En déduire que $\varphi = t_{\overrightarrow{AI}} o R$.
3) Soit E = R(I) et F le point tel que AEFI est un carré.

a) Caractériser l'application $\varphi o \varphi$.

b) Déterminer ($\varphi o \varphi$)(A). En déduire que Ω = A*F.

Exercice n°5 :

Dans le plan orienté , on considère un losange ABCD de centre O et tel que $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)\equiv\frac{\pi}{3}[2\pi]$.

Le cercle de centre B et de rayon AB recoupe la droite (BD) en I.

1) a) Justifier l'existence d'un déplacement unique φ qui envoie A en C et B en D.
   b) Caractériser φ.
2) a) Donner la nature de $g = r_{\left(D,\frac{\pi}{3}\right)} o t_{\overrightarrow{BD}} o r_{\left(A,\frac{\pi}{3}\right)}$.
   b) Déterminer g(D), caractériser alors g.
3) Soit f = $r_{\left(B,\frac{2\pi}{3}\right)} o r_{\left(A,\frac{\pi}{3}\right)}$.
   a) Donner la nature de f.
   b) Caractériser f.
4) Déterminer et caractériser les isométries suivantes : h = $S_{(AI)} o S_{(BD)} o \varphi$ et K= fo$t_{\overrightarrow{CB}}$.

Exercice n°6 :

ABC est un triangle rectangle en A tel que $\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)\equiv\frac{\pi}{3}[2\pi]$ et O le milieu de [BC].

1) a) Montrer qu'il existe un unique déplacement f qui envoie O en A et B en C.
   b) Montrer que f est une rotation.
   c) On note I le centre de f donner une mesure de chacun des angles $\left(\overrightarrow{IB},\overrightarrow{IO}\right)$ et $\left(\overrightarrow{IO},\overrightarrow{IA}\right)$.
   d) En déduire que I appartient au segment [AB] et que I est le barycentre des points pondérés (A,2) et (B,1).
2) a) Soit r = $R_{\left(C,\frac{\pi}{3}\right)}$. Caractériser l'application for.
   b) On note C' l'image de C par f. Montrer que O,I et C' sont alignés.
3) Soit g l'antidéplacement qui envoie O en A et B en C.
   a) Déterminer les images des droites (OI) et (OA) par g.
   b) Donner la nature et les éléments caractéristiques de g.

Exercice n°7 :

Dans le plan orienté on considère un triangle ABC rectangle en B et te que $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)\equiv\frac{\pi}{3}[2\pi]$. On désigne par O le milieu de [AC] et par J=B*C.

1) Montrer qu'il existe un unique déplacement R tel que R(A) = O et R(B) = C.
2) a) Montrer que R est une rotation puis construire son centre D.
   b) Donner la nature de quadrilatère ABOD.
3) On désigne par R_C = $r_{\left(C,\frac{\pi}{3}\right)}$ et R_B = $r_{\left(B,\frac{\pi}{3}\right)}$ et T = $t_{\overrightarrow{BC}}$ on pose f = R_C o T o R_B.
   a) Déterminer f(B).
   b) En déduire la nature de f.
4) On désigne par I le milieu de [OA] et par K le milieu de [AB], soit g l'antidéplacement qui transforme B en A et A en O.
   a) Montrer que g est une symétrie glissante puis déterminer ses éléments caractéristiques.
   b) Montrer que g(O) = D.
   c) Soit E = g(D) montrer que E et B sont symétriques par rapport à O.

Exercice n°8 :

Soit ABC un triangle rectangle en C tel que $\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$ et soit r la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

Soient D = r(C) et E = r^{-1}(B) , I=C*D.

1) a) Montrer qu'il existe un unique déplacement f tel que f(A) = D et f (C) = A.
   b) Préciser la nature et les éléments caractéristiques de f .
2) Soit g = f o r.
   a) Montrer que g est une translation.
   b) Soit F = g (E) , montrer que f (B) = F et en déduire la nature du triangle BIF.
   c) Montrer que les points C,A et F sont alignés.
3) Soit G = $t_{\overrightarrow{AD}}$ (I).
   a) Montrer qu'il existe un unique antidéplacement h tel que h(C) = D et h(I) =G.
   b) Montrer que h est une symétrie glissante dont on précisera le vecteur et l'axe.

Exercice n°9 :

Soit ABC un triangle équilatéral direct et H le milieu de [BC]. Le cercle $\mathscr{C}$ de centre A et de rayon AB coupe la demi-droite [HA) en un point I. On note J le symétrique de I par rapport à (AC).

1) Montrer que $\left(\overrightarrow{BI},\overrightarrow{CJ}\right)\equiv\frac{\pi}{3}[2\pi]$.
2) a) Montrer qu'il existe un seul déplacement f qui transforme B en C et I en J.
   b) Montrer que f est une rotation que l'on caractérisera.
3) Caractériser f o $S_{(AI)}$.
4) La droite (AC) recoupe le cercle $\mathscr{C}$ en D. On pose g = $S_{(AI)}$o$S_{(BD)}$.
   a) Montrer que g est une translation dont on donnera le vecteur.
   b) Caractériser l'isométrie f o g.
   c) Soit K l'antécédent de J par f o g. Montrer que BCIK est un parallélogramme.

Exercice n°10 :

ABC est un triangle équilatéral direct.

$\Omega = S_{(AC)}(B)$ et I = A*C.

1) Soit r la rotation d'angle $\frac{\pi}{3}$ et telle que r(A) = C.
   a) Déterminer le centre de r.
   b) Construire B'=r (B) déduire que C = A*B'.
2) On pose φ = $S_{(AB)}$or.
   a) Montrer que φ est une symétrie glissante.
   b) Donner la forme réduite de φ.
3) Soit J=B*B' et g l'antidéplacement tel que g (A) = C et g(B) =B'
   a) Montrer que g est une symétrie glissante.
   b) Construire I'=g(I).
   c) Déduire la forme réduite de g.