Exercices coniques corrigés

Le plan euclidien $\mathcal{P}$ est rapporté à un repère orthonormal **$(O; \vec{i}, \vec{j})$**

1-) a-) **Déterminer une équation cartésienne de la parabole de foyer $F\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ et de directrice D: $x = 3$.**

On appelle (P) cette parabole.

$M(x, y) \in (P) \iff MF^2 = d(M, D)^2 \iff \left(\frac{1}{2} - x\right)^2 + (2 - y)^2 = \frac{(x-3)^2}{1^2 + 0^2}$

$M(x, y) \in (P) \iff \frac{1}{4} - x + x^2 + 4 - 4y + y^2 = x^2 - 6x + 9$

Une équation cartésienne de (P) est donc: $\boxed{4y^2 + 20x - 16y - 19 = 0}$.

1-) b-) **Déterminer une équation cartésienne de la conique d'excentricité 5, de foyer F(3, 2) et de directrice associée d'équation $y = 1$.**

L'excentricité est supérieure à 1 donc il s'agit d'une hyperbole (H).

$M(x, y) \in (H) \iff MF^2 = 25 \times d(M, D)^2 \iff (x-3)^2 + (y-2)^2 = \frac{(y-1)^2}{0^2 + 1^2}$

$M(x, y) \in (H) \iff x^2 - 6x + 9 + y^2 - 4y + 4 = y^2 - 2y + 1$

Une équation cartésienne de (H) est donc: $\boxed{x^2 - 6x - 2y + 12 = 0}$.

1-) c-) **Déterminer une équation cartésienne de l'ellipse tangente à $(O, \vec{i})$ de sommets principaux A(5, 1) et A'(1, 1).**

Géométriquement, le point de contact de l'ellipse (E) avec $(O, \vec{i})$ est B(3, 0) et le centre de l'ellipse est $\Omega(3, 1)$.

Par suite, $a = \frac{AA'}{2} = 2$ et $b = \Omega B = 1$.

Dans le repère $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$, (E) a pour équation $\frac{X^2}{4} + Y^2 = 1$.

Quand on revient dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, $\begin{cases} X = x - 3 \\ Y = y - 1 \end{cases}$ ce qui donne $(x-3)^2 + 4(y-1)^2 = 4$.

Une équation cartésienne de (E) est donc: $\boxed{x^2 + 4y^2 - 6x - 8y + 9 = 0}$.

1-) d-) **Déterminer une équation cartésienne de la parabole (P) de foyer F(1, 2) et de directrice D dans les cas suivants:**

α-) D = (AB) avec A(0, 1) et B(3, 0)

β-) D: $2x - 3y + 5 = 0$

γ-) D passe par O et est orthogonale à D': $2x - y + 3 = 0$

Rappel: Si D a pour équation cartésienne $ax + by + c = 0$

alors $d(A, D) = \dfrac{|ax_A + bx_B + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

α-) $D = (A, \overrightarrow{AB})$ donc $M(x, y) \in D \Leftrightarrow \begin{vmatrix} x & 3 \\ y-1 & -1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow x + 3y - 3 = 0.$

$M \in (P) \Leftrightarrow \dfrac{(x + 3y - 3)^2}{10} = (x-1)^2 + (y-2)^2$

$M \in (P) \Leftrightarrow x^2 + 9y^2 + 9 + 6xy - 6x - 18y = 10x^2 - 20x + 10 + 10y^2 - 40y + 40$

$M \in (P) \Leftrightarrow 9x^2 - 6xy + y^2 - 14x - 22y + 41 = 0$

β-) $M \in (P) \Leftrightarrow \dfrac{(2x - 3y + 5)^2}{13} = (x-1)^2 + (y-2)^2$

$M \in (P) \Leftrightarrow 4x^2 + 9y^2 + 25 - 12xy + 20x - 30y = 13x^2 - 26x + 13 + 13y^3 - 52y + 52$

$M \in (P) \Leftrightarrow 9x^2 + 12xy + 4y^2 - 46x - 22y + 40 = 0$

γ-) $\vec{u}(1, 2)$ est un vecteur directeur de D' donc un vecteur normal à D.
Par suite, D a une équation cartésienne de la forme $1x + 2y + k = 0$.
Comme $O(0, 0) \in D$, D a pour équation cartésienne $x + 2y = 0$.

$M \in (P) \Leftrightarrow \dfrac{(x + 2y)^2}{5} = (x-1)^2 + (y-2)^2$

$M \in (P) \Leftrightarrow x^2 + 4xy + 4y^2 = 5x^2 - 10x + 5 + 5y^2 - 20y + 20$

$M \in (P) \Leftrightarrow 4x^2 - 4xy + y^2 - 10x - 20y + 25 = 0$

2-) a-) **Construire la courbe d'équation $y^2 - 6y + 2x + 10 = 0$ en précisant foyer(s), directrice(s) et excentricité.**
Donner une équation cartésienne de la tangente à la courbe aux points d'abscisse -1.

$y^2 - 6y + 2x + 10 = 0 \iff -2x = y^2 - 6y + 10 \iff -2x = (y-3)^2 + 1 \iff -2\left(x + \frac{1}{2}\right) = (y-3)^2$

Dans le repère $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$ avec $\Omega\left(-\frac{1}{2}, 3\right)$ on reconnaît la parabole (P) d'équation $Y^2 = -2X$.

(excentricité: $\boxed{e = 1}$) de foyer F(-1, 0) et de directrice d'équation Y = 1.

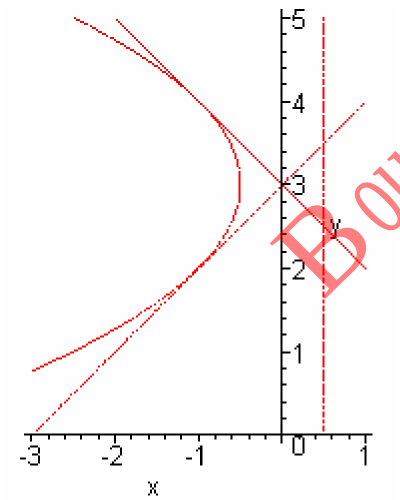
Dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ cette parabole a pour foyer $\boxed{F\left(-\frac{3}{2}, 3\right)}$ et pour directrice la droite $\boxed{x = \frac{1}{2}}$.

Le sommet de cette parabole est le point $S\left(\frac{1}{2}, 3\right)$.

Si $x = -1$ alors $y^2 - 6y + 8 = 0$ ce qui donne $y = 2$ ou $y = 4$.

$\rightarrow$ La tangente à (P) en A(-1, 2) a pour équation cartésienne $y \times 2 - 3(y + 2) + 1(x - 1) + 10 = 0$ soit $\boxed{x - y + 3 = 0}$.

$\rightarrow$ La tangente à (P) en B(-1, 4) a pour équation cartésienne $y \times 4 - 3(y + 4) + 1(x - 1) + 10 = 0$ soit $\boxed{x + y - 3 = 0}$.



2-) b-) **Construire la courbe d'équation $3x^2 + 4y^2 + x - 39 = 0$ en précisant foyer(s), directrice(s) et excentricité.**
Donner une équation cartésienne de la tangente à la courbe aux points d'abscisse 3.

$3x^2 + 4y^2 + x - 39 = 0 \iff 3\left(x^2 + 2\times\frac{1}{6}\times x + \frac{1}{36}\right) + 4y^2 - \frac{1}{12} - 39 = 0$

$3x^2 + 4y^2 + x - 39 = 0 \iff 3\left(x + \frac{1}{6}\right)^2 + 4y^2 = \frac{469}{12} \iff \dfrac{\left(x+\frac{1}{6}\right)^2}{\frac{469}{36}} + \dfrac{y^2}{\frac{469}{48}} = 1$

Dans le repère $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$ avec $\Omega\left(-\frac{1}{6}, 0\right)$ on reconnaît l'ellipse (E) d'équation $\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} = 1$.

avec $a^2 = \frac{469}{36}$ et $b^2 = \frac{469}{48}$. Comme $a^2 > b^2$ son axe focal est $(\Omega, \vec{i})$.

Par ailleurs, $c^2 = \frac{469}{12}\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) = \frac{469}{12^2}$ donc $c = \frac{\sqrt{469}}{12}$.

Cette ellipse a pour excentricité $\boxed{e = \frac{c}{a} = \frac{1}{2}}$.

Dans $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$, $F\left(\frac{\sqrt{469}}{12}, 0\right)$, D: $X = \frac{a^2}{c} = \frac{\sqrt{469}}{3}$ et D': $X = -\frac{\sqrt{469}}{3}$

Dans $(O, \vec{i}, \vec{j})$, $\boxed{F\left(\frac{\sqrt{469} - 2}{12}, 0\right)}$, $\boxed{D:\ x = \frac{2\sqrt{469} - 1}{3}}$ et $\boxed{D':\ x = \frac{-2\sqrt{469} - 1}{3}}$

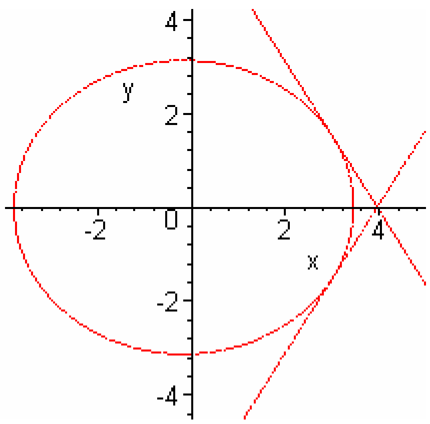
Si $x = 3$ alors $27 + 4y^2 + 3 - 39 = 0$ ce qui donne $y^2 = \frac{9}{4}$ d'où $y = \frac{3}{2}$ ou $y = -\frac{3}{2}$.

→ La tangente à (E) en $A\left(3, \frac{3}{2}\right)$ a pour équation cartésienne $3x\times3 + 4y\times\frac{3}{2} + \frac{1}{2}(x + 3) - 39 = 0$

soit $\boxed{19x + 12y - 75 = 0}$.

→ La tangente à (E) en $B\left(3, -\frac{3}{2}\right)$ a pour équation cartésienne $3x\times3 + 4y\times\left(-\frac{3}{2}\right) + \frac{1}{2}(x + 3) - 39 = 0$

soit $\boxed{19x - 12y - 75 = 0}$.



2-) c-) **Construire la courbe d'équation $-3x^2 + y^2 - 8x - 4 = 0$ en précisant foyer(s), directrice(s) et excentricité.**
Donner une équation cartésienne de la tangente à la courbe aux points d'abscisse 0.

$$-3x^2 + y^2 - 8x - 4 = 0 \iff -3\left(x^2 + 2\times\frac{4}{3} + \frac{16}{9}\right) + y^2 = 4 - \frac{16}{3}$$

$$-3x^2 + y^2 - 8x - 4 = 0 \iff -3\left(x + \frac{4}{3}\right)^2 + y^2 = -\frac{4}{3} \iff \frac{\left(x + \frac{4}{3}\right)^2}{\frac{4}{9}} - \frac{y^2}{\frac{4}{3}} = 1$$

Dans le repère $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$ avec $\Omega\left(-\frac{4}{3}, 0\right)$ on reconnaît l'hyperbole (H) d'équation $\frac{X^2}{a^2} - \frac{Y^2}{b^2} = 1$.

avec $a^2 = \frac{4}{9}$ et $b^2 = \frac{4}{3}$ d'axe focal $(\Omega, \vec{i})$.

Par ailleurs, $c^2 = \frac{4}{9} + \frac{12}{9} = \frac{16}{9}$ donc $c = \frac{4}{3}$.

Cette hyperbole a pour excentricité $\boxed{e = \frac{c}{a} = 2}$.

Dans $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$, $F\left(\frac{4}{3}, 0\right)$ donc F = O, $F'\left(-\frac{4}{3}, 0\right)$, $D: X = \frac{a^2}{c} = \frac{1}{3}$ et $D': X = -\frac{1}{3}$

et les asymptôtes ont pour équations cartésiennes $X\sqrt{3} \pm Y = 0$.

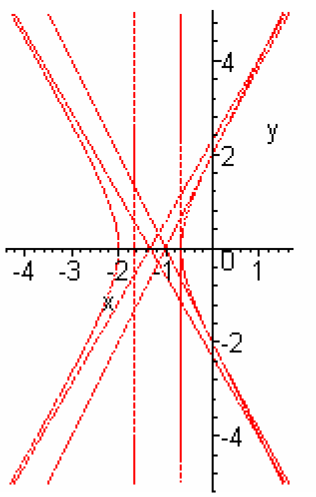
Dans $(O, \vec{i}, \vec{j})$, $\boxed{F = O}$, $\boxed{F'\left(-\frac{8}{3}, 0\right)}$, $\boxed{D: x = -\frac{2}{3}}$ et $\boxed{D': x = -\frac{5}{3}}$

et les asymptôtes ont pour équations cartésiennes $3x \pm y + 4 = 0$.

Si $x = 0$ alors $y^2 = 4$ ce qui donne $y = -2$ ou $y = 2$.

→ La tangente à (H) en A(0, -2) a pour équation cartésienne $-3x\times 0 + y\times(-2) - 4(x + 0) - 4 = 0$
soit $\boxed{2x + y + 2 = 0}$.

→ La tangente à (H) en B(0, 2) a pour équation cartésienne $-3x\times 0 + y\times 2 - 4(x + 0) - 4 = 0$
soit $\boxed{2x - y + 2 = 0}$.



3-) a-) **Reconnaître la courbe d'équation: $y^2 + 3y - 5x + 3 = 0$**

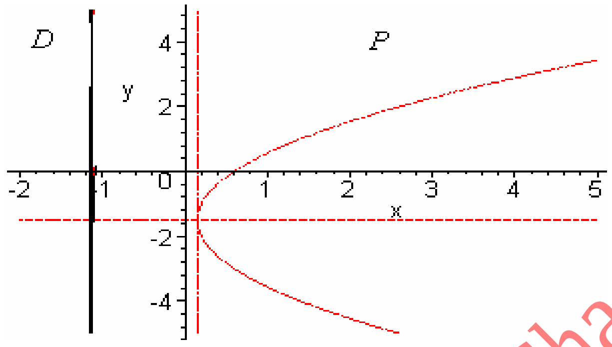
$$y^2 + 3y - 5x + 3 = 0 \iff \left(y^2 + 2\times\frac{3}{2}y + \frac{9}{4}\right) = 5x - 3 + \frac{9}{4} \iff \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = 2\times\frac{5}{2}\left(x - \frac{3}{20}\right)$$

ce qui s'écrit: $Y^2 = 2pX$ avec $\begin{cases} X = x - \frac{3}{20} \\ Y = y + \frac{3}{2} \end{cases}$ et $p = \frac{5}{2}$

Il s'agit de la parabole de sommet Ω, d'axe focal $(\Omega, \vec{i})$ et de paramètre p avec $\Omega\left(\frac{3}{20}, -\frac{3}{2}\right)$.

Dans $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$, $F\left(\frac{5}{4}, 0\right)$ et D: $X = -\frac{5}{4}$.

Dans $(O, \vec{i}, \vec{j})$, $F\left(\frac{7}{5}, -\frac{3}{2}\right)$ et D: $x = -\frac{11}{10}$.



3-) b-) **Reconnaître la courbe d'équation: $x^2 - 8x + 3y = 0$**

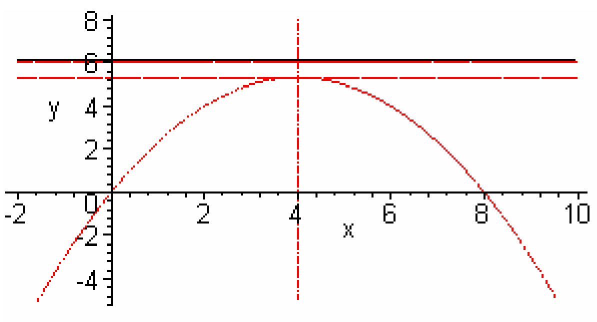
$$x^2 - 8x + 3y = 0 \iff (x - 4)^2 = -3\left(y - \frac{16}{3}\right)$$

ce qui s'écrit: $X^2 = -2pY$ avec $\begin{cases} X = x - 4 \\ Y = y + \frac{16}{3} \end{cases}$ et $p = \frac{3}{2}$

Il s'agit de la parabole de sommet Ω, d'axe focal $(\Omega, -\vec{j})$ et de paramètre p avec $\Omega\left(4, -\frac{16}{3}\right)$.

Dans $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$, $F\left(0, -\frac{3}{4}\right)$ et D: $Y = \frac{3}{4}$.

Dans $(O, \vec{i}, \vec{j})$, $F\left(4, \frac{55}{12}\right)$ et D: $y = \frac{73}{12}$.



3-) c-) **Reconnaître la courbe d'équation: $y^2 - 4y + 4 = 0$**

$y^2 - 4y + 4 = 0 \iff (y-2)^2 = 0 \iff y = 2$

Il s'agit d'une droite (*conique dégénérée*)

3-) d-) **Reconnaître la courbe d'équation: $3x^2 + 4y^2 - 8y = 0$**

$$3x^2 + 4y^2 - 8y = 0 \iff 3x^2 + 4(y-1)^2 = 4 \iff \frac{x^2}{\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2} + (y-1)^2 = 1$$

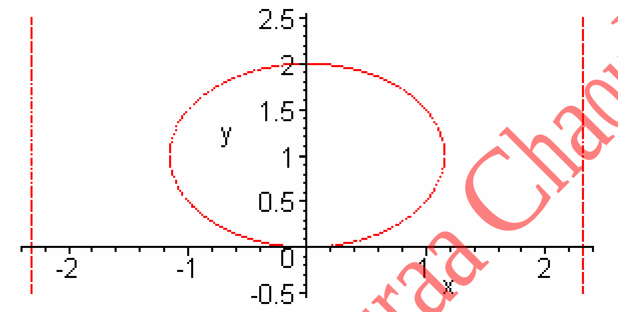
ce qui s'écrit $\dfrac{X^2}{a^2} + \dfrac{Y^2}{b^2} = 1$ avec $\begin{cases} X = x \\ Y = y - 1 \end{cases}$ $a = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ et $b = 1$

Comme $a > b$, il s'agit d'une ellipse de centre $\Omega(0, 1)$ et d'axe focal $(\Omega, \vec{i})$.

Elle a pour sommets $A_1\left(\dfrac{2\sqrt{3}}{3}, 1\right)$, $A_2\left(-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}, 1\right)$, $B_1(0, 0) = O$ et $B_2(0, 2)$.

$c = \sqrt{a^2 - b^2} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ d'où $F\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}, 1\right)$ et $F'\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{3}, 1\right)$ et $e = \dfrac{c}{a} = \dfrac{1}{2}$.

Enfin, $\dfrac{a^2}{c} = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ d'où D_1: $x = -\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ et D_2: $x = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$



3-) e-) **Reconnaître la courbe d'équation: $(x-3)^2 + (y-1)^2 + 1 = 0$**

Cette équation est impossible car $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$, $(x-3)^2 + (y-1)^2 + 1 \geq 1$.

Donc c'est l'équation de l'ensemble vide (*conique dégénérée*).

3-) f-) **Reconnaître la courbe d'équation: $(x-3)^2 - (y-1)^2 + 1 = 0$**

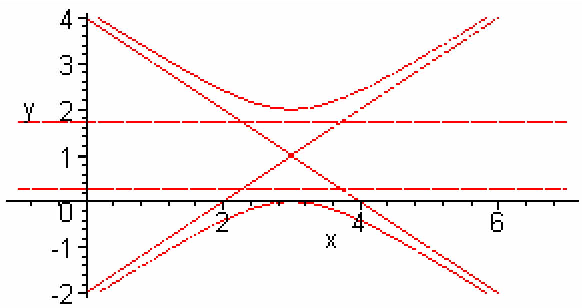
$(x-3)^2 - (y-1)^2 + 1 = 0 \iff \dfrac{X^2}{a^2} - \dfrac{Y^2}{a^2} = -1$ avec $\begin{cases} X = x - 3 \\ Y = y - 1 \end{cases}$ et $a = 1$.

Il s'agit donc d'une hyperbole équilatère d'axe focal $(\Omega, \vec{j})$ avec $\Omega(3, 1)$.

Les asymptôtes ont pour équation $y = x - 2$ et $y = -x + 4$.

$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{2}$ donc $F(3, 1 + \sqrt{2})$ et $F'(3, 1 - \sqrt{2})$.

$\dfrac{a^2}{c} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ d'où D_1: $y = 1 + \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ et $D_2 = 1 - \dfrac{\sqrt{2}}{2}$



3-) g-) **Reconnaître la courbe d'équation: $x^2 - y^2 + 4x - 2y + 3 = 0$**

$x^2 - y^2 + 4x - 2y + 3 = 0 \iff (x+2)^2 - (y+1)^2 = -3 + 4 - 1 \iff x + y + 3 = 0$ **ou** $x - y + 1 = 0$

Il s'agit de la réunion de deux droites (*conique dégénérée*)

3-) h-) **Reconnaître la courbe d'équation: $(x-1)^2 + (y-4)^2 = 2(x+4)^2$**

$(x-1)^2 + (y-4)^2 = 2(x+4)^2 \iff x^2 - 2x + 1 - 2x^2 - 16x - 32 + (y-4)^2 = 0$

$(x-1)^2 + (y-4)^2 = 2(x+4)^2 \iff -x^2 - 18x - 81 + (y-4)^2 = -81 - 1 + 32$

$(x-1)^2 + (y-4)^2 = 2(x+4)^2 \iff -(x+9)^2 + (y-4)^2 = -50$

$(x-1)^2 + (y-4)^2 = 2(x+4)^2 \iff \dfrac{(x+9)^2}{50} - \dfrac{(y-4)^2}{50} = 1$

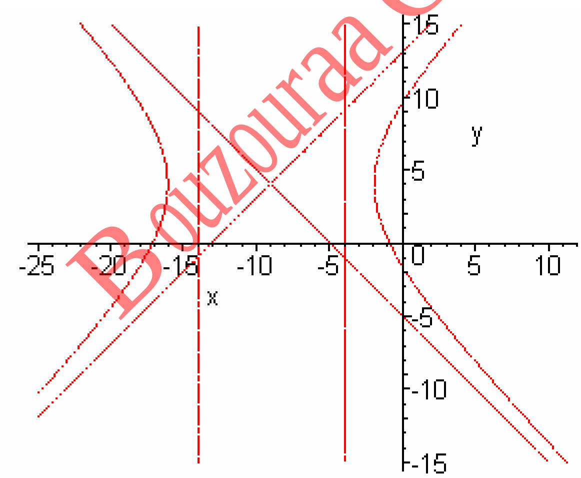
Dans $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$ avec $\Omega(-9, 4)$ on reconnaît l'hyperbole équilatère $\dfrac{X^2}{a^2} - \dfrac{Y^2}{a^2} = 1$ d'axe focal $(\Omega, \vec{i})$

avec $a^2 = b^2 = 50$ d'où $c^2 = 100$ et $c = 10$.

Cette hyperbole a pour excentricité $\boxed{e = \dfrac{c}{a} = \sqrt{2}}$

Dans $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$, F(10, 0), F'(-10, 0), D: X = 5, D' = -5
et les asymptôtes ont pour équation X ± Y = 0.

Dans $(O, \vec{i}, \vec{j})$, F(1, 0), F'(-19, 0), D: $x = -4$, D': $x = -14$
et les asymptôtes ont pour équation $x + y + 5 = 0$ et $x - y + 13 = 0$.



3-) i-) **Reconnaître la courbe d'équation: $x^2 - y^2 + 3x + 2y + \lambda = 0$**

$$x^2 - y^2 + 3x + 2y + \lambda = 0 \iff \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - (y-1)^2 = \frac{5-4\lambda}{4}$$

$\rightarrow$ Si $\lambda = \frac{5}{4}$, on obtient $x + y + \frac{1}{2} = 0$ ou $x - y + \frac{5}{2} = 0$ (réunion de deux droites).

$\rightarrow$ Si $\lambda < \frac{5}{4}$, on pose $\frac{5-4\lambda}{4} = K^2$ d'où $\frac{X^2}{K^2} - \frac{Y^2}{K^2} = 1$ avec $\begin{cases} X = x + \frac{3}{2} \\ Y = y - 1 \end{cases}$

ce qui donne une hyperbole équilatère de centre Ω et d'axe focal $(\Omega, \vec{i})$ avec $\Omega\left(-\frac{3}{2}, 1\right)$.

$\rightarrow$ Si $\lambda > \frac{5}{4}$, on pose $-\frac{5-4\lambda}{4} = K^2$ d'où $\frac{X^2}{K^2} - \frac{Y^2}{K^2} = -1$ avec $\begin{cases} X = x + \frac{3}{2} \\ Y = y - 1 \end{cases}$

ce qui donne une hyperbole équilatère de centre Ω et d'axe focal $(\Omega, \vec{j})$ avec $\Omega\left(-\frac{3}{2}, 1\right)$

3-) j-) **Reconnaître la courbe d'équation: $|z + 1 - i| = 2\mathcal{R}e(z)$**

Si on pose $z = x + iy$ avec $(x, y) \in \mathbb{R}^2$,

$|z + 1 - i| = 2\mathcal{R}e(z) \iff \sqrt{(x+1)^2 + (y-1)^2} = 2x$

$|z + 1 - i| = 2\mathcal{R}e(z) \iff \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 + 2x + 1 + (y-1)^2 = 4x^2 \quad (1) \end{cases}$

$(1) \iff -3\left(x^2 - 2\times\frac{1}{3}\times x + \frac{1}{9}\right) + (y-1)^2 = -1 - \frac{1}{3}$

$(1) \iff -3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + (y-1)^2 = -\frac{4}{3}$

$(1) \iff \dfrac{\left(x - \frac{1}{3}\right)^2}{\frac{4}{9}} - \dfrac{(y-1)^2}{\frac{4}{3}} = 1$

Dans $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$ avec $\Omega\left(\frac{1}{3}, 1\right)$ on reconnaît l'hyperbole $\dfrac{X^2}{a^2} - \dfrac{Y^2}{b^2} = 1$ d'axe focal $(\Omega, \vec{i})$

avec $a^2 = \frac{4}{9}$ et $b^2 = \frac{4}{3}$ d'où $c^2 = \frac{16}{9}$ et $c = \frac{4}{3}$.

Cette hyperbole a pour excentricité $\boxed{e = \frac{c}{a} = 2}$

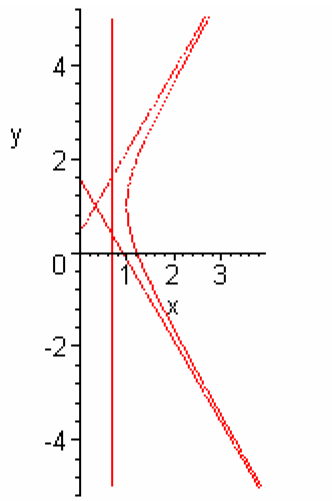
Dans $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$, $F\left(\frac{4}{3}, 0\right)$, $F'\left(-\frac{4}{3}, 0\right)$, D: $X = \frac{1}{3}$, D' $= -\frac{1}{3}$

et les asymptôtes ont pour équation $X\sqrt{3} \pm Y = 0$.

Dans $(O, \vec{i}, \vec{j})$, $F\left(\frac{5}{3}, 1\right)$, $F'(-1, 1)$, D: $x = \frac{2}{3}$, D': $x = 0$

et les asymptôtes ont pour équation $3x + \sqrt{3}y - 1 - \sqrt{3} = 0$ et $3x - \sqrt{3}y - 1 + \sqrt{3} = 0$.

La courbe cherchée est la partie de cette hyperbole contenue dans le demi-plan $x \geq 0$.



4-) **Reconnaître la nature des courbes données par les équations suivantes:**

a-) $(x - 2y + 5)^2 = 5[(x - 1)^2 + (y + 3)^2]$

b-) $(x - 2y + 5)^2 = 5[x^2 + y^2 - 4x + 2y + 5]$

c-) $(x - 2y + 5)^2 = (x - 1)^2 + (y + 4)^2$

d-) $(x - 2y + 5)^2 = 10[(x - 1)^2 + (y + 2)^2]$

---

a-) La relation proposée s'écrit: $\left(\dfrac{|x - 2y + 5|}{\sqrt{5}}\right)^2 = (x - 1)^2 + (y + 3)^2$

soit $d(M, D)^2 = MF^2$ avec $D: x - 2y + 5 = 0$ et $F(1, -3)$.

C'est donc l'équation de la parabole de foyer F et de directrice D.

b-) $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 5 = x^2 - 4x + 4 + y^2 + 2y + 1 = (x - 2)^2 + (y + 1)^2$.

La relation proposée s'écrit: $\left(\dfrac{|x - 2y + 5|}{\sqrt{5}}\right)^2 = (x - 2)^2 + (y + 1)^2$

soit $d(M, D)^2 = MF^2$ avec $D: x - 2y + 5 = 0$ et $F(2, -1)$.

C'est donc l'équation de la parabole de foyer F et de directrice D.

c-) La relation proposée s'écrit: $(\sqrt{5})^2 \times \left(\dfrac{|x - 2y + 5|}{\sqrt{5}}\right)^2 = (x - 1)^2 + (y + 4)^2$

soit $(\sqrt{5})^2 \times d(MD)^2 = MF^2$ avec $D: x - 2y + 5 = 0$ et $F(1, -4)$.

Comme $\sqrt{5} > 1$, il s'agit de l'hyperbole de foyer F, de directrice D et d'excentricité $e = \sqrt{5}$.

d-) La relation proposée s'écrit: $(\sqrt{5})^2 \times \left(\dfrac{|x - 2y + 5|}{\sqrt{5}}\right)^2 = (\sqrt{10})^2 \times [(x - 1)^2 + (y + 2)^2]$

soit $\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \times d(MD)^2 = MF^2$ avec $D: x - 2y + 5 = 0$ et $F(1, -2)$.

Comme $0 < \dfrac{1}{\sqrt{2}} < 1$, il s'agit de l'ellipse de foyer F, de directrice D et d'excentricité $e = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.