Exercice 1

Un producteur de fruits rouges propose en vente directe des framboises, des groseilles et des myrtilles.

Le client peut acheter, soit des barquettes de fruits à déguster, soit des barquettes de fruits à confiture.

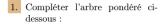
Le producteur a remarqué que, parmi ses clients, 9 sur 10 achètent une barquette de fruits à confiture.

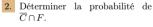
Quelque soit le type de barquette acheté, le client choisi à $50\,\%$ des cas la myrtille pour fruit, $30\,\%$ des framboises dans les autres cas, c'est la groseille qui est choisie.

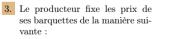
On notera :

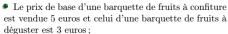
- C l'évènement "le client achète une barquette de fruits à confiture";
- ullet F l'évènement "le client demande des framboises";
- G l'évènement "le client demande des groseilles";
- M l'évènement "le client demande des myrtilles";

On suppose que le fruit choisit ne dépend pas du type de barquette acheté et que chaque client n'achète qu'une barquette.









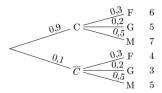
- Si la barquette choisit contient des framboises, il ajoute 1 euro au prix de la barquette;
- Si la barquette choisit contient des myrtilles, il ajoute 2 euros au prix de la barquette;
- Si la barquette choisit contient des groseilles, le prix de base reste inchangé.

On note ${\mathcal X}$ la variable aléatoire associant à chaque client le prix de la barquette acheté.

- a. Quelles sont les valeurs prises par la variable aléatoire \mathcal{X} ?
- b. Dresser le tableau représentant la loi de probabilité de \mathcal{X} .
- c. Déterminer l'espérance de la variable aléatoire \mathcal{X} .

Correction 1

1. Voici l'arbre de probabilité complété :



On a mis sur la droite les prix relatifs à la question 3.

La colonne de droite présente le montant de la facture en fonction des choix du client : cette colonne sera utilisée lors de la question 3.

2. On a la probabilité suivante :
$$\mathcal{P}(\overline{C} \cap F) = 0.1 \times 0.3 = 0.03$$

3. a. La variable aléatoire
$$\mathcal X$$
 prend les valeurs suivantes : 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7

b. La variable aléatoire admet le tableau suivant pour loi de probabilité :

k	3	4	5	6	7
$\mathcal{P}(\mathcal{X}=k)$	0,02	0,03	0,23	0,27	0,45

c. La variable aléatoire $\mathcal X$ a pour espérance :

$$E(\mathcal{X}) = 0.02 \times 3 + 0.03 \times 4 + 0.23 \times 5 + 0.27 \times 6 + 0.45 \times 7$$
$$= 0.06 + 0.12 + 1.15 + 1.62 + 3.15$$
$$= 6.1$$