## EXERCICE N 1

Soit $f$ la fonction définie sur [-1,1] par : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{1-\sqrt{1-x^2}}{x} & \text{si } x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

1) Montrer que $f$ est continue sur [-1,1].
2) Montrer que $f$ est dérivable en 0 et donner l'équation de la tangente T à $(C_f)$ au point 0.
3) Etudier la dérivabilité de $f$ à droite en -1 et à gauche en 1.Interpréter graphiquement les résultats obtenus.
4) Dresser le tableau de variation de $f$.
5) Soit g la fonction définie sur [-1,1] par : $g(x)=\dfrac{2x}{1+x^2}$.Déterminer $gof(x)$ pour tout x de [-1,1].
6) Pour tout $x\in\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right]$, on pose $h(x)=g(\tan x)$.
   a) Simplifier h(x).
   b) Déterminer $h'(x), h''(x)$ et $h^{(n)}(x)$ $\left(\text{pour tout } n\in \mathbb{N}^{*} h^{(n)} \text{ la dérivé n}^{\text{ème}} \text{ de } h\right)$.

## EXERCICE N2

Soit $f$ la fonction définie par $f(x)=x-\sqrt{x}$.

1) Déterminer le domaine de dérivabilité de $f$.
2) Calculer s'il existe $f'(1)$.
3) Soit g la fonction définie sur $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$ par : $g(x)=f(\tan x)$.Montrer que g est dérivable en $\frac{\pi}{4}$ et calculer $g'\left(\frac{\pi}{4}\right)$.



## EXERCICE N4

Soit $f$ la fonction définie par : $f(x)=x-\sqrt{x-x^2}$.

1) Déterminer le domaine de continuité de $f$.
2) a) Etudier la dérivabilité de $f$ à droite en 0 et à gauche en 1.Interpréter géométriquement les résultats obtenus.
   b) Déterminer le domaine de dérivabilité de $f$.
   c) Calculer $f'(x)$ pour tout $x\in]0,1[$.
3) Soit g la fonction définie sur $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ par : $g(x)=f(\cos x)$.Etudier la dérivabilité de g en $\frac{\pi}{2}$ et $\frac{\pi}{3}$.

## EXRCICE N5

A) Soit $f$ la fonction définie sur $[1,+\infty[$ par : $f(x)=\sqrt{x^2-2x+2}$.
   1) a) Etudier la dérivabilité de $f$ à droite en 1.
      b) Déterminer le domaine de dérivabilité de $f$.
   2) a) Etudier les variations de $f$.
      b) Tracer la courbe $(C_f)$ de $f$ dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

B) Soit g la fonction définie sur $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$ par : $g(x)=f(1+\tan x)$.
   1) Vérifier que $g(x)=\dfrac{1}{\cos x}$ pour tout $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$.

2) Etudier les variations de g et tracer sa courbe sa courbe dans un autre repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

**EXERCICE N 6**

A) On considère la fonction g définie sur [0,1[ par : $g(x)=\sqrt{\dfrac{2x}{1-x^2}}$.

1) a) Etudier la dérivabilité de g en 0.Interpréter géométriquement le résultat.
   b) Etudier les variations de g.
2) Tracer la courbe $\left(C_g\right)$ dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.
3) Vérifier que pour tout $x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right[$ $g\left(\tan\dfrac{x}{2}\right)=\sqrt{\tan x}$.

B) On considère la fonction $f$ définie sur $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right[$ par : $f(x)=2\sqrt{\tan x}-1$.

1) a) Etudier la dérivabilité de $f$ en 0.
   b) Etudier les variations de $f$.
2) a) Montrer que pour tout $x\in\left]0,\dfrac{\pi}{2}\right[$ $f'(x)>1$ (On pourra distinguer les cas ou $\tan x\geq 1$ et $\tan x\leq 1$.)
   b) On pose $h(x)=f(x)-x$. Etudier les variations de h.
   c) Montrer que l'équation h(x) = 0 admet dans $\left]0,\dfrac{\pi}{2}\right[$ une seule solution $\alpha$ .Vérifier que $\alpha\in\left]\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{4}\right[$.
   d) En déduire le signe de h(x).

**EXERCICE N 7**



A) Soit $f$ la fonction définie sur $[1,+\infty[$ par : $f(x)=1-3\sqrt{x^2-1}$.

1) a) Etudier la dérivabilité de $f$ en 1.Interpréter graphiquement le résultat.
   b) Déterminer le domaine de dérivabilité de $f$.
2) Etudier les variations de $f$ et dresser son tableau de variation.
3) a) Montrer que $f(x)=0$ admet une unique solution $\alpha$ sur $[1,+\infty[$.
   b) Vérifier que $\sqrt{\alpha^2-1}=\dfrac{1}{3}$.
   c) Déduire le signe de $f(x)$.

B) Soit g la fonction définie sur $[1,+\infty[$ par : $g(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-1}+3}{x}$.

1) Etudier la dérivabilité de $f$ en 1.Interpréter géométriquement le résultat.
2) Montrer que pour tout $x\in]1,+\infty[$ $g'(x)=\dfrac{f(x)}{x^2\sqrt{x^2-1}}$.
3) Vérifier que $g(\alpha)=\dfrac{10}{3\alpha}$.
4) Dresser le tableau de variation de g.
5) Tracer la courbe $\left(C_f\right)$.