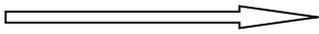


LYCE IBN ARAFA CHEBIKA	CORRECTION DU DEVOIR DE SYNTHESE N° 3	CLASSES : 4 ECO
PROF :ROMMANI .FAHMI	DE MATHÉMATIQUES	DUREE :2 HEURES

NOM ET PRENOM :

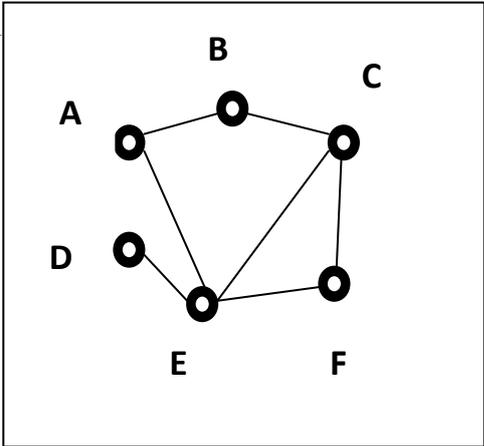
Cette page est a rendre

EXERCICE N°1 : (5 points)

On considère le graphe G ci-contre. 

1) Compléter le tableau ci-dessous : 

SOMMET	A	B	C	D	E	F
DEGRE						



2) Donner un sous graphe complet de G :

3) Soit M la matrice associée au graphe G .Compléter:

$$M = \left(\begin{array}{cccccc} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{array} \right) \begin{array}{c} \uparrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{array}$$

- 4) Colorie le graphe G.
- 5) Déterminer le nombre chromatique du graphe G.
- 6) Répondre par vrai ou faux :
 - a) Le graphe G est complet.
 - b) Le graphe G admet un cycle Eulérien.
 - c) Le graphe G une chaine Eulérienne.
 - d) Le diamètre du graphe G est égale à 6.

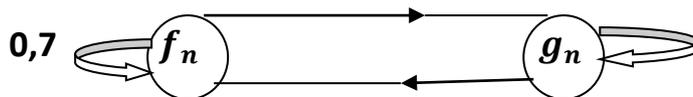
EXERCICE N°2 : (7 points)

Les habitants d'une petite ville sont soit fumeurs soit non fumeurs.

Une enquête a donné les résultats : 70 % des descendants des fumeurs sont aussi des fumeurs , 10% des descendants de non fumeurs sont des fumeurs.

On désigne par : f_n le pourcentage de fumeurs à la génération n , et par g_n le pourcentage des non fumeurs. On pose : $f_0 = g_0 = \frac{1}{2}$.

1)a) Recopier et compléter le graphe probabiliste ci-dessous :



b) Compléter la matrice de transition du graphe : $A = \begin{pmatrix} 0,7 & \\ 0,1 & \end{pmatrix}$.

2)a) Calculer : $P_2 = P_0 \cdot A^2$ avec : $P_0 = (f_0 \quad g_0)$.

b) En déduire le pourcentage de fumeurs à la génération de rang 2 .

3)a) Résoudre le système : $(x \quad y) \times A = (x \quad y)$ avec : $x + y = 1$.

b) Interpréter les résultats de la question précédente.

4) a) Montrer que : $f_{n+1} = 0,6 \times f_n + 0,1$.

b) Soit la suite : (U_n) définie par : $U_n = f_n - \frac{1}{4} \forall n \in \mathbb{N}$. Montrer que (U_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme.

c) Exprimer U_n en fonction de n .

d) Montrer que : $f_n = \frac{1}{4}(0,6)^n + \frac{1}{4}$.

5) Calculer : $\lim_{n \rightarrow +\infty} f_n$ et l'interpréter.

EXERCICE N°3 : (8 points)

Dans la figure ci-dessous on a représenté la courbe (C) représentative d'une fonction f définie sur \mathbb{R} . La tangente T à la courbe C au point A (0 ; -2) passe par le point B (-2 , 0) l'axe (o x) est une asymptote à (C) au voisinage de $+\infty$.

1) Par lecture graphique donner :

a) $f(0)$; $f(2)$; $f'(1)$ et $f'(0)$.

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$.

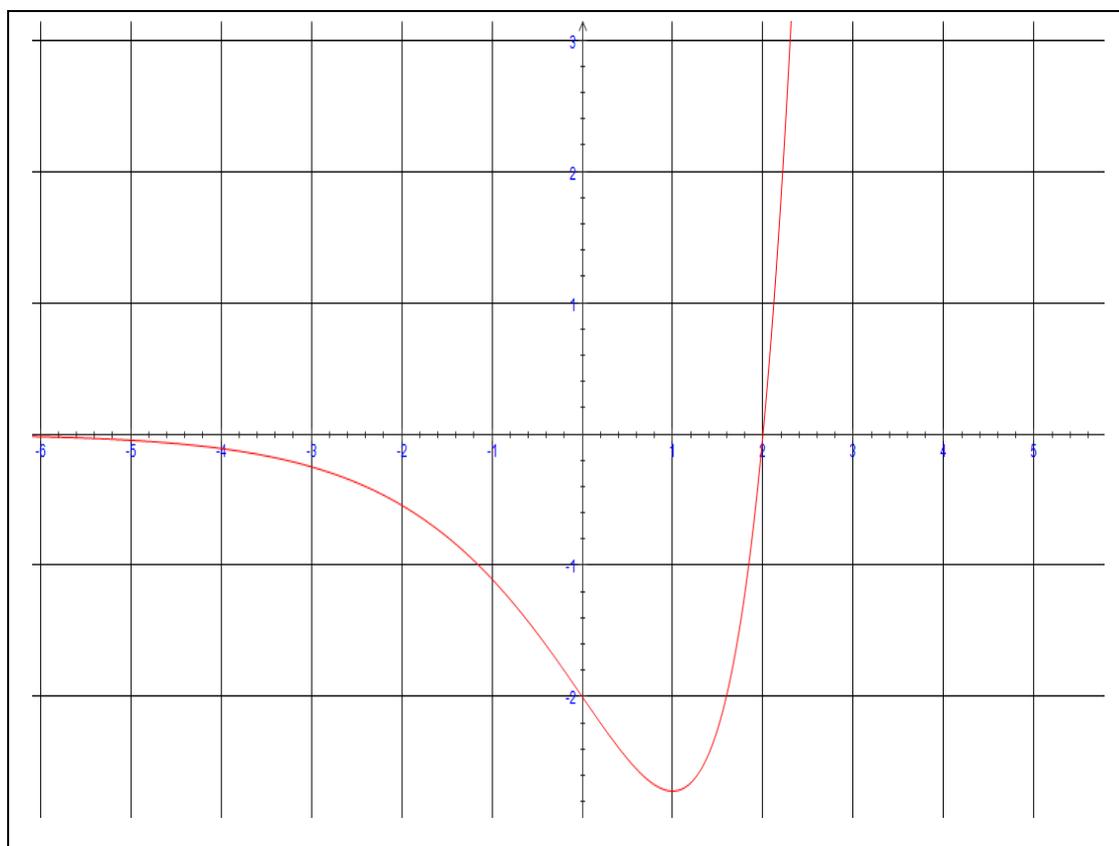
c) Le tableau de variations de f .

d) Le tableau de signe de f.

2) On suppose que : $f(x) = (x - 2)e^x$ et $F(x) = (x - 3)e^x$.

a) Montrer que F est une primitive de f sur \mathbb{R} et donner son tableau de signe.

b) Calculer l'aire de la partie du plan délimitée par : la courbe (C) , l'axe des abscisses et les droites $x = 0$ et $x = 1$.



Correction :

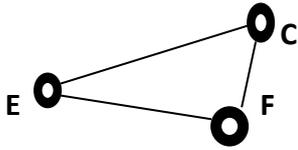
EXERCICE N°1 :

1)

SOMMET	A	B	C	D	E	F
DEGRE	2	2	3	1	4	2

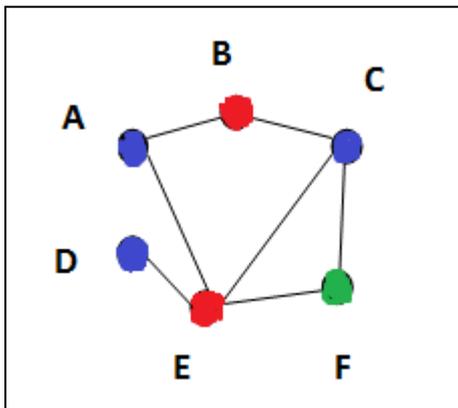
Page 3 / 5

2) un sous graphe complet de G :



3)
$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

4)

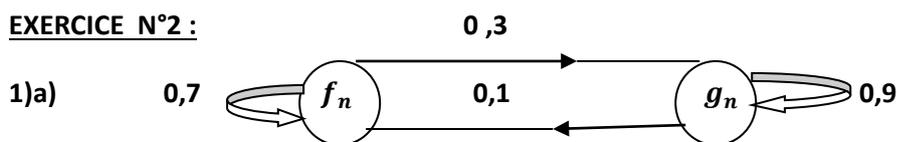


5) le nombre chromatique du graphe G est $\gamma(G) = 3$.

6)

a) (FAUX) b) (FAUX) c) (VRAI) d) (FAUX)

EXERCICE N°2 :



b)
$$A = \begin{pmatrix} 0,7 & 0,3 \\ 0,1 & 0,9 \end{pmatrix}$$

2)a)
$$P_2 = P_0 \cdot A^2 = (0,5 \quad 0,5) \cdot \begin{pmatrix} 0,7 & 0,3 \\ 0,1 & 0,9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,7 & 0,3 \\ 0,1 & 0,9 \end{pmatrix} = (0,34 \quad 0,66)$$

b) 34% de fumeurs

3)a)
$$(x \quad y) \times A = (x \quad y)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -0,3x + 0,1y = 0 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -0,3x + 0,1 - 0,1x = 0 \\ y = 1 - x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -0,4x + 0,1 = 0 \\ y = 1 - x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0,25 \\ y = 0,75 \end{cases}$$

b) a long terme il y aura 25% de fumeurs

$$4) a) f_{n+1} = 0,7 \times f_n + 0,1 \times g_n = 0,7 \times f_n + 0,1 \times (1 - f_n) = 0,6 \times f_n + 0,1$$

$$b) U_{n+1} = f_{n+1} - \frac{1}{4} = 0,6 \times f_n + 0,1 - 0,25 = 0,6 \times \left(f_n - \frac{1}{4}\right) = 0,6 \times U_n$$

$\Rightarrow (U_n)$ est une suite géométrique de raison $q = 0,6$

$$c) U_n = U_0 \cdot q^n = 0,25 \times 0,6^n \Rightarrow f_n = \frac{1}{4} \times 0,6^n + \frac{1}{4} \quad ; ;$$

$$5) \lim_{n \rightarrow +\infty} f_n = \frac{1}{4}$$

EXERCICE N°3 : (8 points)

$$1) a) f(0) = -2 \quad ; ; f(2) = 0 \quad ; ; f'(1) = 0 \quad ; ; f'(0) = -1.$$

$$b) \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty .$$

c)

x	$-\infty$	1		$+\infty$
	$+\infty$			
f'(x)		-	○	+
f	0			

d)

x	$-\infty$	2	$+\infty$
f(x)		-	+

$$2) a) F'(x) = 1 \cdot e^x + (x - 3)e^x = (1 + x - 3)e^x = (x - 2)e^x \Rightarrow$$

F est une primitive de f.

$$b) A = \int_0^1 |f(x)| dx = - \int_0^1 f(x) dx = -[F(x)]_0^1 = F(0) - F(1) = -3 + 2e^2$$