LYCEE : ENFIDHA I	DEVOIR DE SYNTHESE 3ème TRIMESTRE BAC BLANC	
SECTION	SCIENCES EXPERIMENTALES 2	KEFI CHOKRI
EPREUVE MATHEMATIQUES	DUREE : 3 heures	ANNEE SCOLAIRE : 2015 - 2016

Exercice : 1 (3pts)

1) Résoudre l'équation différentielle $(E_0): y'-3y=0$

2) On donne l'équation différentielle $(E): y'-3y=\cos x e^{3x}$.

a/ Montrer que la fonction h définie sur IR par $h(x)=(\sin x)e^{3x}$ est une solution de l'équation (E).

b/ Montrer qu'une fonction f est une solution de (E) si et seulement si la fonction $(f-h)$ est une solution de (E_0).

c/ En déduire les solutions de (E).

3) Déterminer la solution f_0 de (E) qui s'annule en $\frac{\pi}{4}$.

4) Déterminer la solution f_1 de (E) dont sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ est le graphique ci-contre (Figure 1) :

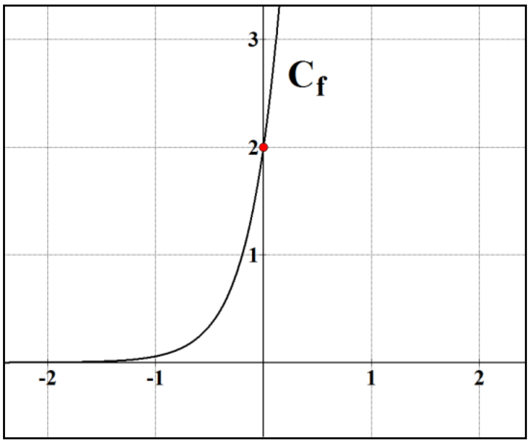

Figure 1

Exercice : 2 (4pts)

Craignant une propagation de grippe infectieuse, un service de santé d'une ville de 50000 habitants a relevé le nombre de consultations hebdomadaires concernant cette grippe dans cette ville pendant 6 semaines. Ces semaines ont été numérotées de 1 à 6.

On a noté x_i les rangs successifs des semaines et y_i le nombre de consultations correspondantes :

Rang de la semaine : x_i	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Nombre de consultations : y_i	**540**	**720**	**980**	**1320**	**1800**	**2420**

1) a/ Trouver l'équation de la droite d'ajustement affine $\mathbf{y=ax+b}$ par la méthode des moindres carrée.

(le coefficient obtenus par la calculatrice seront données à 0.01 près)

b/ A la septième semaine le nombre de consultations a été **3278**. Le modèle d'ajustement affine précédant a été rejeté par le service de santé. Justifier pourquoi ?

2) On décide d'effectuer un ajustement exponentiel, on pose $\mathbf{z_i=\ln(y_i)}$.

Recopier et compléter le tableau suivant en arrondissant les z_i à 0,01 près.

Rang de la semaine : x_i	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
$z_i=\ln(y_i)$				**7.19**		

3) a/ Trouver l'équation de la droite de régression de z en x par la méthode des moindres carrée.

(le coefficient obtenus par la calculatrice seront données à 0.01 près)

b/ En déduire que $\mathbf{y=395e^{0.3x}}$

4) En utilisant ce modèle, trouver par le calcul :

a/ Une vérification de l'estimation du nombre de consultations à la **7**^{ème} semaine (arrondir à l'unité)

b/ Une estimation du nombre de consultations à la **10**^{ème} semaine (arrondir à l'unité)

c/ La semaine à partir de laquelle le nombre de consultation dépassera **25%** de la population.

Exercice : 3 (5pts)

Soit f une fonction définie sur IR par : $f(x)=\dfrac{x-e^{-x}}{x+e^{-x}}$. f ’et f '' ses fonctions dérivée et dérivée seconde sur IR.

Soit g la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x)=\dfrac{\ln x}{x^2}-\dfrac{1}{x}+1$

On désigne par :

* $\mathbf{C_f}$ la courbe représentative de la fonction f.

- La droite d’équation $\mathbf{y=1}$ est une asymptote horizontale à la courbe $\mathbf{C_f}$ au voisinage de $+\infty$
- La droite d’équation $\mathbf{y=-1}$ est une asymptote horizontale à la courbe $\mathbf{C_f}$ au voisinage de $-\infty$

* $\mathbf{C_f}$' la courbe représentative de la fonction dérivée f '.

- L’axe des abscisses est une asymptote horizontale à la courbe $\mathbf{C_f}$’ au voisinage de $-\infty$ et $+\infty$

* $\mathbf{C_f}$'' la courbe représentative de la fonction dérivée seconde f ''.

- L’axe des abscisses est une asymptote horizontale à courbe $\mathbf{C_f}$’ au voisinage de $-\infty$ et $+\infty$

* $\mathbf{C_g}$ la courbe représentative de la fonction g.

- La droite d’équation $\mathbf{y=1}$ est une asymptote horizontale à la courbe $\mathbf{C_g}$ au voisinage de $+\infty$
- L’axe des abscisses est une asymptote verticale à la courbe $\mathbf{C_g}$

Dans le repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ on a représenter les courbes $\mathbf{C_f}$, $\mathbf{C_{f'}}$, $\mathbf{C_{f''}}$ et $\mathbf{C_g}$. (Voir figure 2 page 3/4)

Par lecture graphique :

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte. Indiquer le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n’est demandée :

		a	**b**	**c**
1	$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)\right)=$	$-\infty$	-1	0
2	$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(g\circ f\right)(x)=$	$-\infty$	0	1
3	$\lim\limits_{x\to0^+}\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right)=$	$-\infty$	0	$+\infty$
4	Pour tout $x\in IR$	$\lvert f'(x)\rvert\le1$	$\lvert f'(x)\rvert\le2$	$\lvert f'(x)\rvert\le\dfrac{1+e}{1-e}$
5	$\displaystyle\int_{-1}^{0}f'(x)dx=$	1	$\dfrac{2}{e-1}$	$\dfrac{1+e}{1-e}$
6	$\displaystyle\int_{-1}^{0}\lvert f''(x)\rvert dx=$	1	$\dfrac{2e}{e-1}$	2
7	L'équation $f(x)=x$ admet dans IR	aucune solution	une solution	deux solutions
8	L’équation de la tangente a la courbe C_f au point d’abscisse 0 est :	$y=\dfrac{e-1}{e+1}x-\dfrac{1}{2}$	$y=2x-1$	$y=\dfrac{e-1}{e+1}x-1$
9	La fonction f admet dans IR :	aucun point d’inflexion	un point d’inflexion	deux points d’inflexions
10	La fonction f réalise une bijection de $[0,+\infty[$ dans	$\left[\dfrac{1+e}{1-e},2\right]$	$[-1,1[$	$[-1,+\infty[$

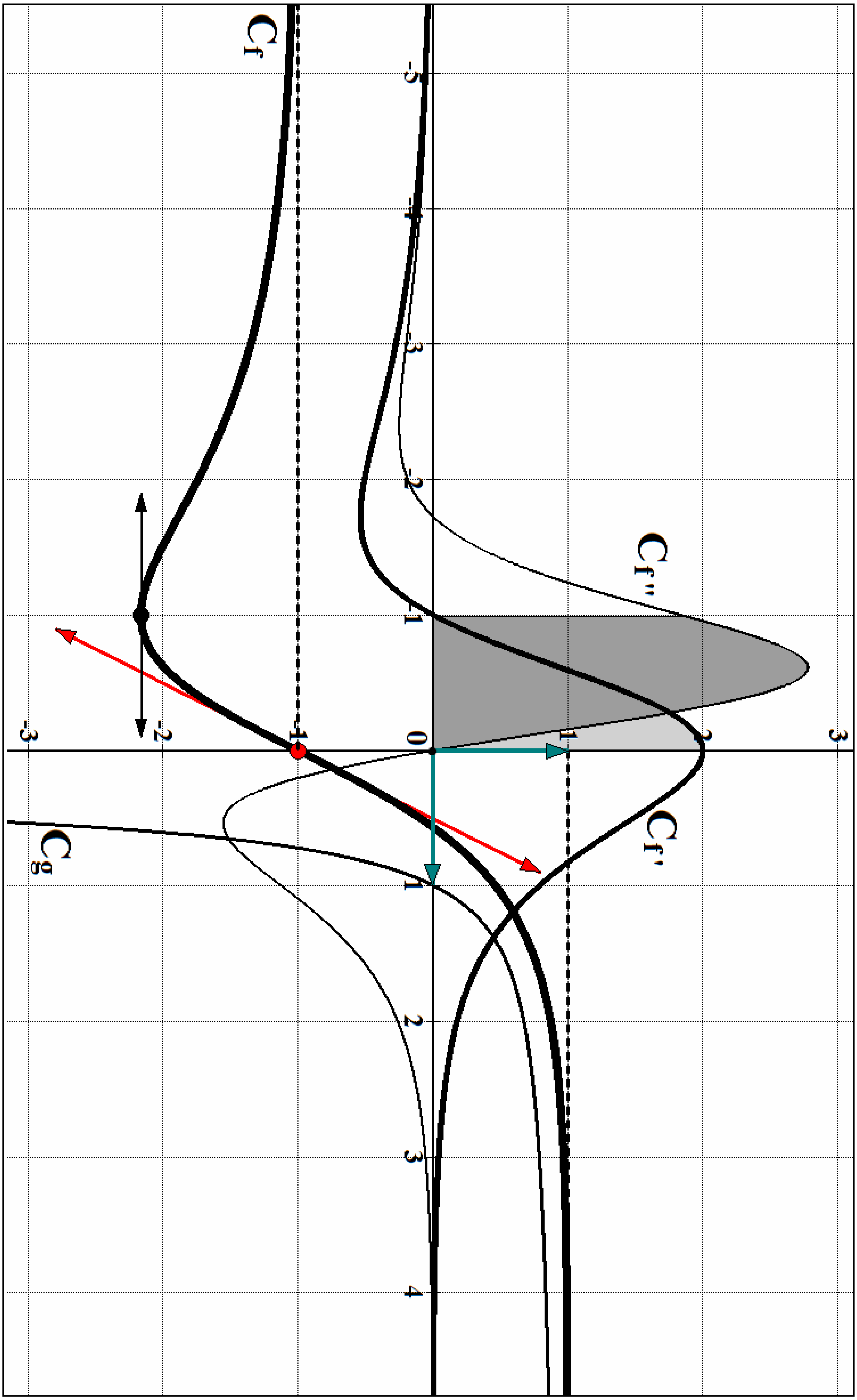

Figure 2 **(Exercice 3)**

Exercice :4 (4pts)

Pour interroger ses élèves, un professeur de mathématiques place dans un sac **30** cartons identiques : **20** de ces cartons portent chacun une question de complexe et les autres une question de statistique.
Un élève tire au hasard un carton de ce sac et répond à la question inscrite sur ce carton.

- la probabilité que l'élève réponde juste a une question est (**0,5**).
- la probabilité que l'élève réponde juste à une question de complexe est (**0,6**).

On considère les évènements suivants :

C l'évènement : « Le carton tiré porte une question de complexe ».
S l'évènement : « Le carton tiré porte une question de statistique ».
J l'évènement : « L'élève répond juste à la question tirée ».

On choisie au hasard un élève de cette classe.

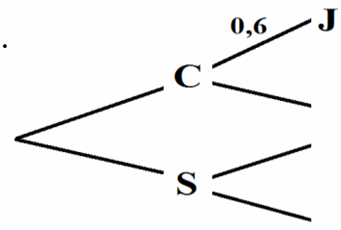

Figure 3

1) a/ Montrer que $\mathbf{p(J/S)=0,3}$

b/ Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant (figure 3) qui modélise la situation.

c/ L'élève a répondu juste à la question tirée, calculer la probabilité que cette question soit une question de statistique.

2) On choisie cinq élèves au hasard, quelle est la probabilité qu'il y en ait au moins un élève répond juste à la question tirée.

3) Le professeur attribue les notes suivantes : **5** pour une réponse juste en complexe.
n pour une réponse juste en statistique.
-2 pour une réponse non juste.

Soit X la variable aléatoire désignant la note obtenue par l'élève.

a/ Déterminer la loi de la probabilité de X.

b/ Calculer en fonction de n, l'espérance mathématique $E(X)$.

c/ Pour quelle valeur de n, $\mathbf{E(X)=1,4}$

Exercice : 5 (4pts)

Dans un plan rapporté à un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ on considère la courbe représentative $\mathbf{C_f}$ d'une fonction **f** définie sur $]-\ln(2),+\infty[$ par : $f(x)=\sqrt{\dfrac{e^{-x}}{2-e^{-x}}}$

1) a/ Montrer que l'axe des abscisses est une asymptote horizontale à la courbe $\mathbf{C_f}$ au voisinage de $+\infty$.

b/ Montrer que la droite $\Delta : x=-\ln(2)$ est une asymptote verticale à la courbe $\mathbf{C_f}$.

2) a/ Déterminer la fonction dérivée de **f** et vérifier que pour tout $x\in IR$, $f'(x)=-\sqrt{\dfrac{e^{-x}}{(2-e^{-x})^3}}$

b/ Dresser le tableau de variation de **f**.

c/ Déterminer une équation de la tangente **T** à la courbe $\mathbf{C_f}$ au point d'abscisse 0.

d/ Tracer la droite **T** et la courbe $\mathbf{C_f}$.

3) Soit $C=\{M(x,y)\text{ tels que } y=f(x),\ 0\le x\le 2\}$ et S le solide obtenu par rotation de C autour de l'axe des abscisses. Calculer le volume de S. (Voir figure 4)

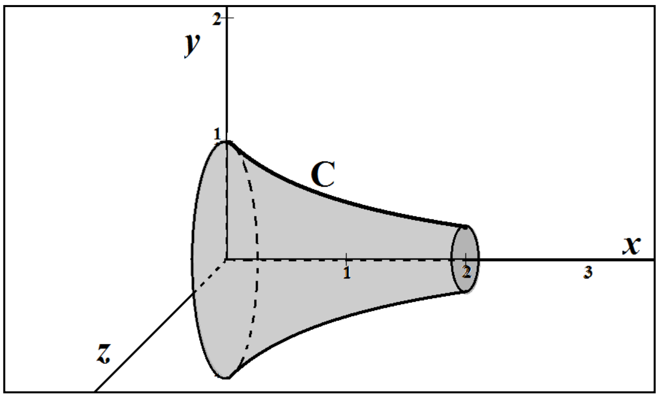

Figure 4

bon travail