SERIE N°63 : Fonctions homographiques

EXERCICE N°1 :

Répondre par « **vrai** » ou « **faux** » aux affirmations suivantes :

1) Une fonction homographique est toujours définie sur $\mathbb{R}^* =]-\infty; \mathbf{0}[\cup]\mathbf{0}; +\infty[$ ……………….
2) Une fonction homographique peut-être définie sur privé de **1** et **5**. ……………….
3) La fonction $x \longmapsto \frac{3-x}{7-x}$ est une fonction homographique. ……………….
4) La fonction $x \longmapsto \frac{x^2+1}{2x+1}$ est une fonction homographique. ……………….
5) La fonction $x \longmapsto \frac{2x+1}{3}$ est une fonction homographique. ……………….
6) Une équation quotient $\frac{ax+b}{cx+d} = \mathbf{0}$ admet pour solution $-\frac{d}{c}$ et $-\frac{b}{a}$. ……………….

EXERCICE N°2 :

Parmi les fonctions suivantes, lesquelles sont des fonctions homographiques?

1) $\mathbf{f} : x \longmapsto \frac{3x}{x+5}$
2) $\mathbf{g} : x \longmapsto \frac{2x-4}{x-2}$
3) $\mathbf{h} : x \longmapsto \frac{3x+8}{4+\sqrt{2}}$
4) $\mathbf{k} : x \longmapsto 5 - \frac{2x}{x-8}$

EXERCICE N°3 :

On considère les fonctions **f** et **g** définies par : $f(x) = 2 + \frac{3}{x-5}$ et $g(x) = 3 - \frac{x}{x-7}$

1) Déterminer l'ensemble de définition de **f** et **g**.
2) Démontrer que ces fonctions sont des fonctions homographiques.
3) Résoudre l'équation : $f(x) = g(x)$.

EXERCICE N°4 :

On s'intéresse la fonction **f** définie par : $\mathbf{f(x)} = \frac{\mathbf{x+4}}{\mathbf{x+1}}$.

1) Déterminer l'ensemble de définition de **f.**
2) Démontrer que **f** est une fonction homographique.
3) Démontrer que pour tout **x** différent de $-\mathbf{1}$, on a $\mathbf{f(x)} = \mathbf{1} + \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{x+1}}$.
4) Soient **u** et **v** deux réels distincts et différents de $-\mathbf{1}$.
   a) Etablir que $\mathbf{f(u)} - \mathbf{f(v)} = \frac{\mathbf{3(v-u)}}{\mathbf{(u+1)(v+1)}}$
   b) En déduire les variations de **f**.

EXERCICE N°5 :

Soit **f** la fonction définie sur $]-\infty; \mathbf{6}[\cup]\mathbf{6}; +\infty[$ par $\mathbf{f(x)} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2x-12}}$.

1) Reproduire et compléter le tableau de valeur suivant :

x	0	4	5	5,5	6,5	7	8
f(x)	…….	………	………	………	………	……….	………..

2) Tracer la courbe représentative de **f** dans un repère.
3) Déterminer graphiquement puis retrouver par le calcul l'antécédent de $-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}$.