

EXERCICE N : 1 (4.25 points)

La figure ci-contre contient la représentation graphique **(Cf)** d'une fonction f dans le repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

A) Par lecture graphique , déterminer :

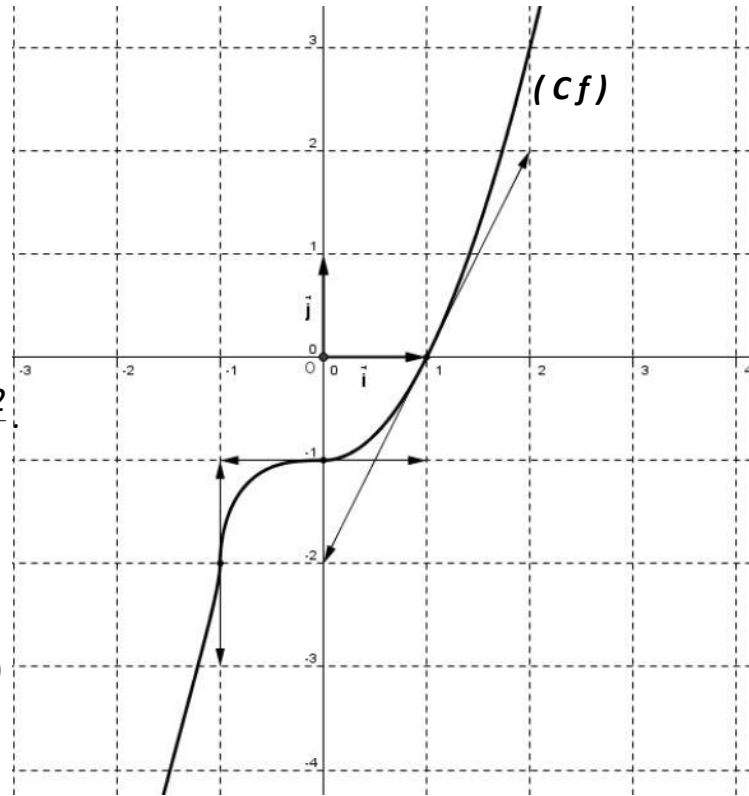
- 1) Le domaine de dérivabilité de f .
- 2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$; $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)+1}{x}$;
- 3) $f'(1)$; $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{f(x)-f(-1)}{x+1}$ et $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{f(x)+2}{x^2-1}$.
- 4) Donner une équation cartésienne de la tangente à **(Cf)** au point **A** d'abscisse 1.

5) En utilisant l'approximation affine estimer $f(0.98)$

B) Soit la fonction g définie par : $g(x) = \frac{1}{f(x)+2}$.

- 1) **a) Déterminer le domaine de définition D_g de g .**
b) Justifier que g est continue sur D_g .

2) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$; $\lim_{x \rightarrow -1^-} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)-1}{x}$.



EXERCICE N : 2 (6 points)

$$\text{Soit la fonction } f \text{ définie sur } \mathbb{R} \text{ par : } \begin{cases} f(x) = \sqrt{4-x} - 3 & \text{si } x < 0 \\ f(x) = \frac{(m+1)x^2 - 3x + m^2}{x-1} & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ f(x) = \sqrt{x^2 - 1} + x & \text{si } 1 \leq x \end{cases}$$

On désigne par **(Cf)** sa courbe représentative dans le repère orthonormé $\mathbf{R}(O, \vec{i}, \vec{j})$.

A) 1) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 2x]$. Interpréter graphiquement les résultats obtenus

2) a) Etudier , suivant les valeurs du paramètre réel m , la limite de f à gauche en 1 .

b) Dédire la valeur de m pour laquelle f est continue en 1 .

3) a) Etudier la dérivabilité de f à droite en 1 . Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

b) Justifier que pour tout réel m f n'est pas dérivable en 1 .

4) Soit g la restriction de f sur $] -\infty ; 0 [$ et (Cg) sa courbe dans le repère R .

a) Soit $a \in] -\infty ; 0 [$. Montrer que g est dérivable en a et que : $g'(a) = -\frac{1}{2\sqrt{4-a}}$.

b) Déterminer les coordonnées du point A de (Cg) dont la tangente est perpendiculaire à la droite $\mathcal{D} : 6x - y + 1 = 0$.

c) Déterminer les coordonnées du point B de (Cg) dont la tangente passe par le point $C(4; -1)$.

EXERCICE N : 3 (4 points)

Le plan P est orienté dans le sens direct.

Dans l'annexe ci-jointe on désigne par (\mathcal{O}) le cercle circonscrit au triangle ABC tels que :

$$(\overline{AB}, \overline{AC}) \equiv \frac{\pi}{3} (2\pi) \text{ et } (\overline{BA}, \overline{BC}) \equiv -\frac{\pi}{4} (2\pi).$$

1) Montrer que $(\overline{CA}, \overline{CB}) \equiv \frac{5\pi}{12} (2\pi)$.

2) Déterminer et construire l'ensemble $\Gamma = \{ M \in P \text{ tels que } (\overline{MC}, \overline{MB}) \equiv \frac{5\pi}{12} (2\pi) \}$.

3) a) Construire le point E de Γ tel que le triangle BCE soit isocèle de sommet principal C .

b) Montrer que $(\overline{BE}, \overline{BC}) \equiv \frac{5\pi}{12} (2\pi)$.

c) En déduire que les droites (BE) et (AC) sont parallèles.

4) La droite (BE) recoupe (\mathcal{O}) en F . Montrer que $ACEF$ est un parallélogramme.

EXERCICE N : 4 (5.75 points)

Le plan est muni du repère orthonormé direct $R(O, \vec{i}, \vec{j})$.

On donne les points $A(3\sqrt{3}, 3)$; $B(3\sqrt{3}, -3)$ et $C(4\sqrt{3}, 0)$.

1) a) Calculer $\overline{CA} \cdot \overline{CB}$ et $\det(\overline{CA}, \overline{CB})$ puis déduire $\cos(\overline{CA}, \overline{CB})$ et $\sin(\overline{CA}, \overline{CB})$.

b) Déterminer alors la mesure principale de l'angle orienté $(\overline{CA}, \overline{CB})$.

2) a) Déterminer les coordonnées polaires de A et B .

b) Construire les points A et B dans le repère R .

3) a) Donner la mesure principale de l'angle orienté $(\overline{OA}, \overline{OB})$.

b) Déduire la nature du triangle OAB .

4) a) Montrer que les points O, A, B et C sont situés sur un même cercle (C) .

b) On pose I le centre de (C) . Montrer que I est le milieu de $[OC]$.

c) Déduire la construction du cercle (C) et du point C dans le repère R .

Annexe à rendre avec la copie

Nom et Prénom :

