L. Regueb	Mathématiques	Classe : 4ème M
Prof : Salhi Noureddine	Devoir de Contrôle №3	Le:16/04/2016 D:2h

Exercice1(6pts)

Pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 2, on pose : $A(n) = n^4 + 1$.

1) Etudier la parité de l'entier $A(1111111)$.

2) Montrer que, quel que soit l'entier n , $A(n)$ n'est pas un multiple de 3 .

3) Montrer que pour tout entier d diviseur de $A(n)$ on a : d et n sont premiers entre eux.

4) Montrer que pour tout entier naturel d diviseur de $A(n)$ on a : $n^8 \equiv 1 \ [d]$.

Exercice2(6pts)

On admettra qu'il existe une fonction f continue sur $\mathbb{R}$ vérifiant : $f(x) = x - 2\int_1^x f(t)dt$, $x \in \mathbb{R}$.

1) Calculer $f(1)$.

2) Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ puis montrer que f vérifie une équation différentielle du premier ordre que l'on précisera .

3) Montrer que pour tout réel x , $f(x) = \frac{1+e^{2-2x}}{2}$.

4) On note (C_f) la courbe de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

(on ne demande pas de tracer (C_f)) .

Calculer en unité d'aire , l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe (C_f) et les droites d'équations $x = 1$, $x = 2$ et $y = 0$.

Exercice3(8pts)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.Soient les points $A(2,0,0)$; $B(1,1,0)$ et $C(3,2,6)$.

1)a) Calculer l'aire du triangle ABC .

b) Déterminer une équation du plan P passant par les points A, B et C .

2) Soit la droite Δ passant par le point $F(2\,,4\,,4)$ et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\2\\-1\end{pmatrix}$.

a) Montrer que Δ est perpendiculaire à P puis donner une représentation paramétrique de Δ .

b) En déduire les coordonnées du point H le projeté orthogonal de F sur le plan P .

c) Calculer le volume du tétraèdre FABC .

d) Donner une équation cartésienne de la sphère S de centre F et tangente au plan P .

3) Soit h l'homothétie de centre A et de rapport -3 .

Déterminer le centre et le rayon de la sphère S' image de S par h , puis montrer que P et S' sont tangents .

www.devoirat.net 2016