Exercice 1 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{e^{-x}}{1+e^{x}}$.

On désigne par C_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

b) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=-\infty$. Interpréter graphiquement les résultats.

2) a) Montrer que pour tout réel x, $f'(x)=-\dfrac{(2+e^{-x})}{(1+e^{x})^2}$.

b) Dresser le tableau de variation de f.

3) a) Justifier que la tangente (T) à la courbe C_f au point d'abscisse 0 a pour équation $y=-\dfrac{3}{4}x+\dfrac{1}{2}$.

b) Utiliser le tableau de signe ci-contre pour préciser la position relative de C_f et (T).

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)+\frac{3}{4}$		$-$	0	$+$	

c) Tracer (T) et C_f.

4) Soit λ un réel strictement positif. On désigne par A_λ l'aire de la partie du plan limitée par la courbe C_f, les axes du repère et la droite d'équation $x=\lambda$.

a) Vérifier que, pour tout réel x, $f(x)=e^{-x}-\dfrac{e^{-x}}{1+e^{-x}}$.

b) Montrer que $A_\lambda=-e^{-\lambda}+\ln(1+e^{-\lambda})+1-\ln 2$.

c) Calculer $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} A_\lambda$.

Exercice 2 :

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

On considère la sphère (S) d'équation $x^2+y^2+z^2-8=0$ et le plan P d'équation $x+2y+z-6=0$.

1) a) Déterminer le centre et le rayon de la sphère (S).

b) Montrer que le plan P coupe la sphère (S) suivant un cercle $(\mathcal{C})$ dont on précisera le centre et le rayon.

2) On donne les points A(2, 0, 2) et B(2, 2,0).

a) Vérifier que A appartient à la sphère (S) et n'appartient pas au plan P et que B appartient au cercle $(\mathcal{C})$.

b) Soit Q l'ensemble des points M(x, y, z) de l'espace tels que MA = MB.

Montrer que Q est le plan d'équation $y=z$.

c) Montrer que les plans P et Q se coupent suivant la droite Δ dont une représentation paramétrique est $\begin{cases}x=6-3\alpha\\ y=\alpha\\ z=\alpha\end{cases}$, $\alpha\in\mathbb{R}$.

3) Déterminer un point C du cercle $(\mathcal{C})$ tel que ABC est un triangle équilatéral.

proposer par/Oueslati Aymen 27677722

Exercice 4 :

Exercice 3 (6 points)

Dans l'annexe ci-jointe (page 3/3), on a représenté dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ la courbe C de la fonction logarithme népérien («ln »).

1) Placer les points de la courbe C d'abscisses e et $\sqrt{e}$.

2) Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = \ln^2 x - \ln x + 1$.

   On note C_f sa courbe représentative dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

   a) Montrer que $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$.

   b) Calculer $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement le résultat.

   c) Montrer que pour tout réel $x > 0$, $f'(x) = \dfrac{2\ln x - 1}{x}$.

   d) Dresser le tableau de variation de f .

3) a) Etudier la position relative des courbes C_f et C.

   b) Tracer C_f dans l'annexe ci-jointe.

4) Soit A l'aire de la partie du plan limitée par les courbes C et C_f et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.

   a) Montrer que $\int_1^e \ln^2 x\, dx = e - 2$.

   b) Calculer A.

proposer par/Oueslati Aymen 27677722