Lycée Secondaire El Ksour	Devoir De Synthèse 2	Prof Bouzouraa Chaouki
Année Scolaire 2015-2016	MATHÉMATIQUES 3H	4 Sc 1 04/03/2016

Exercice N°1

Soit f la fonction définie sur [0,1[par $f(x)=\frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}$ *. on designe par* (C_f) *sa courbe representative dans un repere orthonormé* $(O;\vec{i},\vec{j})$

1./a. Vérifier que $f'(x)=\frac{2x-x^3}{(\sqrt{1-x^2})^3}$ *.En déduire que f réalise une bijection de [0,1[sur un intervalle J que l'on précisera.*

b. Montrer ,à l'aide d'une intégration par partie, que $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} f(x)dx = -\frac{1}{2}+\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}\sqrt{1-x^2}dx$

2./Soit $F(x)=\int_0^{\sin(x)}\sqrt{1-t^2}dt$ $;x\in\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$

a. Montrer que F est dérivable sur $\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$ *et calculer F '(x)*

b. En déduire que $F(x)=\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}\sin(2x)$ *pour tout* $x\in\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$

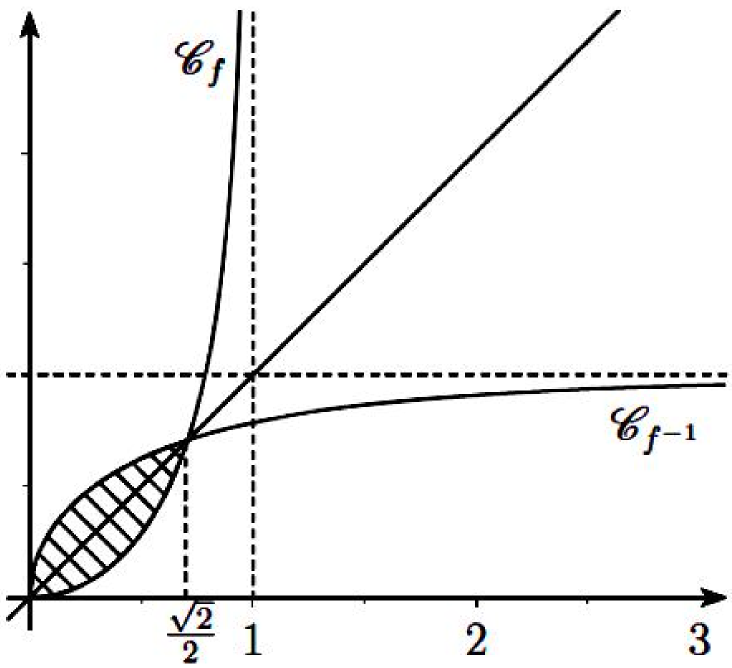
c. Calculer alors $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}\sqrt{1-x^2}dx$

d. En déduire que $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} f(x)dx=\frac{\pi-2}{8}$

./ on donne ci-dessous les courbes (C_f) *et* $(C_{f^{-1}})$

Calculer l'aire de la partie du plan limitée par (C_f) *,* $(C_{f^{-1}})$ *et les droites d'équations :*

$x=0$ *et* $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ *(la partie hachurée)*



Exercice N°2

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

On considère les points A(-2,2,1) , B(-2,1,1) ,C(0,-1,3) et I(1 ,1 ,2).

1) a) Montrer que les points A, B et C déterminent un plan noté P.

b) Montrer qu'une équation cartésienne du plan P : $x - z + 3 = 0$.

2)a) Montrer que les points O, A, B et C ne sont pas coplanaires.

b) Calculer le volume du tétraèdre OABC.

3) Soit la sphère d'équation : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + 3 = 0$

a) Montrer que S est la sphère de centre I et de rayon $\sqrt{3}$.

b) Déduire que S et P sont sécantes en un cercle dont on précisera le centre H et le rayon.

4) Soit le plan Q : $x + z + \sqrt{6} - 3 = 0$

a)Montrer que P et Q sont perpendiculaires.

b) Montrer que S et Q sont tangents puis déterminer les coordonnés de leurs point de contact E.

Exercice N°3

Soit la suite définie sur IN par $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{(x+1)^3} dx$

1) a) Montrer que (I_n) est décroissante.

b) Monter que pour tout n$\in$ IN et pour tout x $\in [0,1]$ on a : $0 \leq \frac{x^n}{(x+1)^3} \leq x^n$

c) Déduire que pour tout n $\in$ IN : $0 \leq I_n \leq \frac{1}{n+1}$ puis calculer $\lim_{n\to+\infty} I_n$.

2) a) Calculer I_0 .

b) Calculer $I_0 + I_1$ puis déduire la valeur de I_1.

Exercice N°4

Une fabrique artisanale de jouets vérifie la qualité de sa production avant de sa commercialisation. Chaque jouet produit par l'entreprise est soumis à deux contrôles : la finition et le test de solidité .Il s'avère à la suite d'un grand nombre de vérifications que :

- 90% des jouets sont sans défaut de finition ; Parmi ces jouets sans défaut de finition 95% réussissent le test de solidité.
- 2% des jouets produits contiennent des défauts de finition et ne sont pas solides.

On prend au hasard un jouet ; on note

F « le jouet est sans défaut de finition » et S « le jouet réussit le test de solidité »

1) Determiner: p(F) , p(S/F) , $p(\overline{F} \cap \overline{S})$ et $p(\overline{S}/\overline{F})$.
2) Modéliser cette situation par un arbre pondéré.
3) Montrer que p(S) = 0,935.
4) Un jouet a réussi le test de solidité, quelle est la probabilité qu'il soit sans défaut de finition.