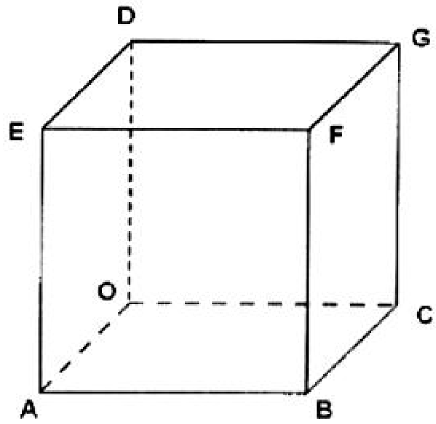
Lycée Secondaire El Ksour	**Devoir De Synthèse 2**	*Prof Bouzouraa Chaouki*
Année Scolaire 2015-2016	**MATHÉMATIQUES 3H**	**4 Sc 1** **15/03/2016**

Exercice N°1 (5 pts)

Dans la figure ci-contre OABCDEFG est un cube d'arête 1.

On munit l'espace du repère orthonormé direct $\left(O, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD}\right)$.



1) a) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{AD}$.

b) En déduire qu'une équation cartésienne du plan (ACD) est $x + y + z - 1 = 0$.

2) Soit Δ la droite passant par O et perpendiculaire au plan (ACD)

a) Donner une représentation paramétrique de la droite Δ .

b) Déterminer les coordonnées du point H, intersection de Δ et du plan (ACD).

3) Pour tout réel m, on désigne par S_m l'ensemble des points M (x, y, z) de l'espace tels que : $x^2 + y^2 + z^2 - 2mx - 2my - 2mz - 1 + 3m^2 = 0$

a) Montrer que pour tout réel m, S_m est une sphère dont on précisera le centre I_m et le rayon r .

b) Déterminer les valeurs de m pour lesquelles S_m passe par le point A.

Exercice N°2(5 pts)

On considère la fonction f définie sur $[0, 1[$ par $f(x) = \int_0^x \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}$.

1. Montrer que f est dérivable sur $[0, 1[$ et déterminer sa fonction dérivée f'.

2. Soit g la fonction définie sur $[0, \frac{\pi}{2}[$ par $g(x) = \int_0^{\sin x} \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}$.

a. Montrer que g est dérivable sur $[0, \frac{\pi}{2}[$ et déterminer sa fonction dérivée.

b. En déduire que $g(x) = x$ pour tout $x \in [0, \frac{\pi}{2}[$.

3. Calculer les intégrales $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}$; $\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}$.

4. a. Montrer que pour tout $x \in [0,1[$ il existe un unique $t \in [0, \frac{\pi}{2}[$ vérifiant $\sin t = x$.

b. Montrer que $\lim_{x \to 1^-} f(x) = \frac{\pi}{2}$.

Exercice N°3(5 pts)

Ind : $\int_a^b \frac{f'}{2\sqrt{f}}dx = \left[\sqrt{f}\right]_a^b$

On pose pour tout entier $n \geq 1$, $I_n = \int_0^2 \frac{x^n}{\sqrt{x^2+4}}dx$.

1. Calculer I_1 .
2. Montrer que pour tout entier $n \geq 3$, $\frac{x^n}{\sqrt{x^2+4}} = \frac{x^{n-2}\left(x^2+4\right)-4x^{n-2}}{\sqrt{x^2+4}}$

   En déduire que $I_n = \int_0^2 x^{n-2}\sqrt{x^2+4}\,dx - 4I_{n-2}$.
3. En déduire, à l'aide d'une intégration par parties, que $nI_n = 2^n\sqrt{2} - 4(n-1)I_{n-2}$, pour tout entier $n \geq 3$.

   En déduire les valeurs de I_3 et I_5.

Exercice N°4(5 pts)

Les résultats du baccalauréat, dans un établissement publique donné , sont :

- 60% des candidats sont admis.
- Parmi les candidats admis, 80% ont une moyenne annuelle supérieure ou égale à 10 sur 20.
- Parmi les candidats non admis, 70% ont une moyenne annuelle supérieure ou égale à 10 sur 20.

On interroge, au hasard, un candidat au baccalauréat de cet établissement et on désigne A et M les événements suivants :

A « le candidat interrogé est admis au baccalauréat ».

M « la moyenne annuelle du candidat interrogé est supérieure ou égale à 10 sur 20 ».

1) a) Déterminer $p(\bar{A})$, $p(M / A)$ et $p(M / \bar{A})$.

b) Justifier que $p(\bar{M} / A) = \frac{1}{5}$

2) Construire l'arbre pondéré décrivant cette situation.

3) a) Calculer la probabilité qu'un candidat interrogé soit admis et que sa moyenne annuelle soit inférieure à 10 sur 20.

b) Montrer que $p(M) = 0.76$

c) Calculer la probabilité qu'un candidat interrogé soit admis sachant qu'il a obtenu une moyenne annuelle supérieure ou égale à 10.

4) On sait que le nombre de candidats de cet établissement est égal à 200.

Donner une estimation du nombre de candidats admis et n'ayant pas une moyenne annuelle supérieure ou égale à 10.