LYCEE SECONDAIRE HAIDRA ◇◇◇ Devoir de contrôle n°01	Epreuve : **MATHEMATIQUES**	
	Section : 4ème SCIENCES EXPERIMENTALES (1 et 2)	
	Durée : **2h**	Prof./ JDEY A
	Coefficient : **3**	Le : 29/10/2010

Le sujet comporte deux pages numérotées de 1/2 à 2/2.

Exercice 1 (4 points)

I. Indiquer la réponse exacte :

1) La suite (u_n) définie sur ℝ par : $u_n = \dfrac{3(-2)^n - 1}{4(-2)^n + 2}$, alors :

a/ $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n) = -\dfrac{1}{2}$ **b/** $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n) = \dfrac{3}{4}$ **c/** n'admet pas de limite.

2) $\lim\limits_{x\to0^+}\left(\dfrac{\sin x}{\sqrt{x}}\right)$ est égal à :

a/ 1 **b/**0 **c/** $+\infty$.

3) L'équation : $x^3 + x - 1 = 0$ admet dans ℝ exactement :
a/ une solution **b/** 2 solutions **c/** 3 solutions.

4) Soit les points du plan complexe $M(z)$ et $M'(z')$ tels que : $\arg(z) \equiv \dfrac{\pi}{2} + \arg(z')[2\pi]$

alors :
a/O, M et M' sont alignés **b/** $(OM) \perp (OM')$ **c/** $M' = S_O(M)$.

II. Répondre par « vrai » ou « faux » en justifiant la réponse :

1) Soit (u_n) une suite telle que (u_{2n}) et (u_{2n+1}) sont convergentes, alors (u_n) est convergente.

2) L'écriture exponentielle du nombre complexe $z = -2i$ est : $z = -2e^{i\frac{\pi}{2}}$.

3) Soit f une fonction strictement croissante sur $[0, +\infty[$, alors $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)) = +\infty$.

4) L'image de l'intervalle $\left[0\,;\dfrac{\pi}{2}\right]$ par la fonction $f(x) = 2x - \cos x$ est $[-1\,;\pi]$.

Exercice 2 (3 points)

Soit les nombres complexes : $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ et $z_2 = 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}\,i$.

1) **a/** Donner l'écriture trigonométrique de z_1 et z_2.

b/ En déduire l'écriture trigonométrique de $\dfrac{z_1}{z_2}$.

2) **a/** Donner la forme algébrique du nombre complexe $\dfrac{z_1}{z_2}$.

b/ En déduire les valeurs exactes de : $\cos\left(\dfrac{7\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\dfrac{7\pi}{12}\right)$.

Exercice 3 (5 points)

Dans le plan complexe $\mathscr{P}$ rapporte à un repère orthonormé directe $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = 3$, $z_B = -i$, $z_C = 2 + 3i$.

1) Placer les points A, B et C dans le plan $\mathscr{P}$.

www.devoirat.net 2015

2) **a**/ Calculer les modules : $|z_B - z_A|$ et $|z_C - z_A|$.

b/ Donner un argument de $\dfrac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$. En déduire la nature de triangle *ABC*.

3) **a**/ Déterminer l'ensemble $\mathscr{C}$ des points $M(z)$ tels que : $|z + i| = 2$.

b/ Déterminer l'ensemble $\mathscr{D}$ des points $M(z)$ tels que : $|iz - 3i| = |z - 2 - 3i|$.

Exercice 4 (4 points)

Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_n = \dfrac{n+1}{4^n}$, $n \geq 0$.

1) **a**/ Montrer que pour tout entier naturel non nul n on a : $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} \leq \dfrac{1}{2}$.

b/ En déduire que pour tout entier n on a : $0 \leq u_n \leq \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$.

c/ Déterminer $\lim\limits_{n \to +\infty} (u_n)$.

2) Soit la suite (S_n) définie sur $\mathbb{N}$: $S_n = \sum\limits_{k=0}^{n} u_k$.

a/ Montrer que (S_n) est une suite constante.

b/ Montrer que pour tout entier naturel n on a : $S_n \leq 2$.

c/ Que peut-on dire sur la convergence de la suite (S_n).

Exercice 5 (4 points)

On a représenté ci-dessous une fonction f définie sur : $[-6\,;4]\backslash\{2\}$.

1) **a**/ Déterminer graphiquement les variations de f.

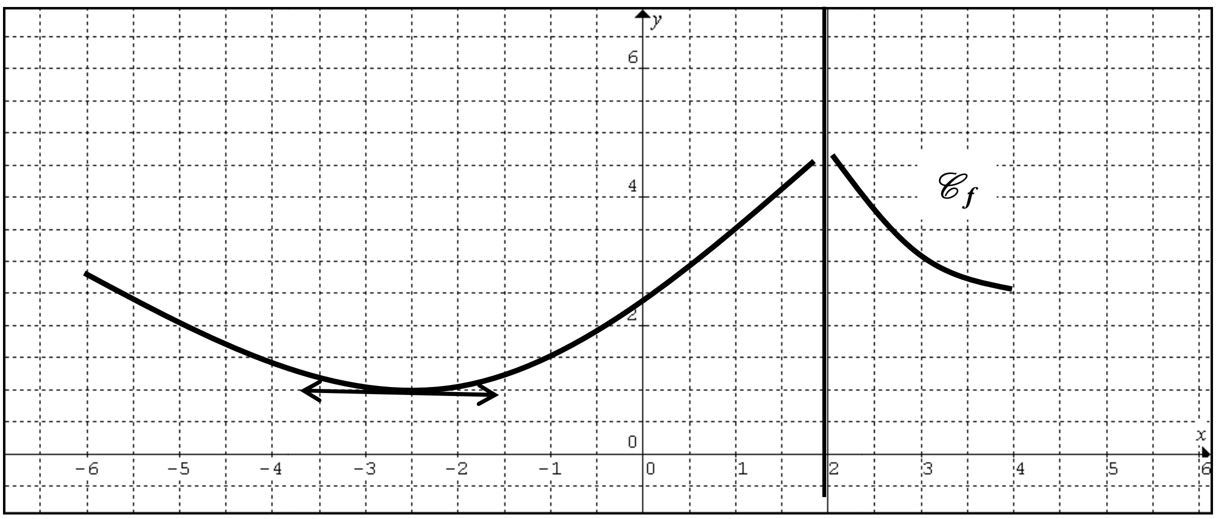
b/ Déterminer : $f\left([-6\,;2[\right)$ et $f\left([2;4[\right)$.

2) Soit h la fonction définie par : $h(x) = \dfrac{1}{f(x)}$.

a/ Déterminer le domaine de définition de h.

b/ Déterminer : $h\left([-6;2[\right)$ et $h\left(]2;4]\right)$.

c/ Prouver que h est prolongeable par continuité en 2.



www.devoirat.net 2015