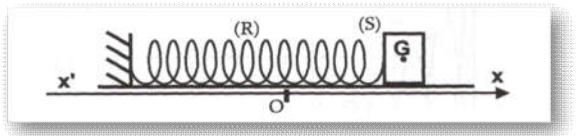
Physique : Thème : Oscillations mécaniques Libres

Exercice n°1 :



Un pendule élastique est constitué d'un ressort de raideur K = 20 $N.m^{-1}$ et d'un solide de masse m qui peut osciller sur un banc à coussin d'air horizontal.

A l 'instant t=0, le solide est écarté de sa position d'équilibre de $x_0 = +2\sqrt{2}\,cm$ et lâché avec une vitesse initiale v_0 négative.

I. Dans un premier temps , on néglige les frottements du chariot sur le banc.

1°) Faire l'inventaire des forces exercées sur le chariot et les représenter .

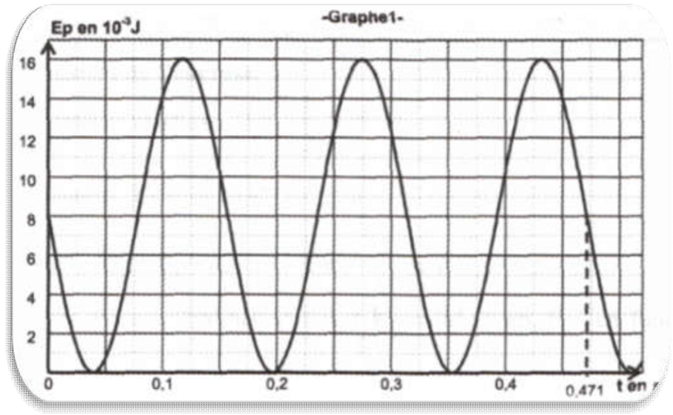
2°) Etablir l'équation différentielle du mouvement .

3°) Vérifier que : $x(t) = X_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$ est solution de cette équation différentielle avec ω_0 une constante que l'on exprimera en fonction des grandeurs physiques du système .

4°) Etablir une relation entre x,v,Xm et ω_0.

5°) En quel point la vitesse du mobile est maximale ?

II. Grace à des capteurs appropriés , on enregistre l'évolution temporelle de l'élongation x du centre d'inertie du chariot .Sur le graphe 1,on trace la courbe de la variation de l'énergie potentielle élastique Ep du système {chariot, ressort} en fonction du temps.



1°) Montrer que Ep s'écrit sous la forme :

$$E_p(t) = \frac{1}{4}K.X_m^2[1 + \sin(2\omega_0.t + 2\varphi - \frac{\pi}{2}].$$

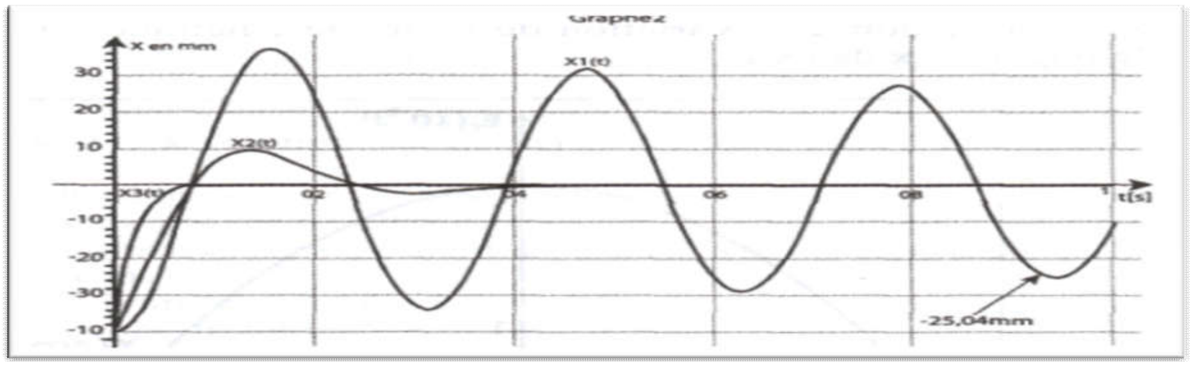
2°) En exploitant le graphe 1, déterminer la période propre des oscillations T_0 , l'amplitude X_M et la masse m du chariot.

3°) Déterminer la phase initiale φ et l'expression de l'élongation x(t).

4°) Déterminer v_0.

5°) Montrer que l'énergie mécanique du pendule élastique est constante.

III.A l'aide d'un dispositif approprié, on soumet le chariot à des frottements visqueux. Le graphe 2 représente l'enregistrement de la variation , en fonction du temps, de l' élongation x de son centre d'inertie G pour trois coefficients de frottement h_1,h_2 eth_3 correspondant à x_1(t) ,x_2(t) etx_3(t).



1°) Etablir l'équation différentielle relative à x.

2°) Montrer que l'énergie du pendule élastique diminue.

3°) Parmi les enregistrements indiquer celui qui correspond à la valeur du coefficient de frottement le plus faible et donner le nom de son régime.

4°) Nommer les autres régimes en comparant leur coefficient de frottement.

5°) Pour la courbe x_1=f(t).

a°) déterminer la variation de l'énergie mécanique de l'oscillateur entre les instants t_0=0s et t' =3T avec T la pseudo période des oscillations.

b°) A quoi est due cette variation ?

c°) Calculer l'énergie cinétique du solide à t=0,3s.

Exercice n°2 :

Un solide (S) de masse m est fixé à l'extrémité d'un ressort (R) à spires non jointives , de masse négligeable et de raideur K.L 'ensemble est placé sur un plan horizontal parfaitement lisse . A partir de sa position d'équilibre, on communique au solide (S) une vitesse initiale V_0 dans le sens positif des élongations.

1°) a°) Etablir l'équation différentielle relative à x élongation du centre d'inertie du solide) et donner l'expression de la période propre des oscillations.

b°) Montrer que l'énergie mécanique du système { solide , ressort} est constante .

2°) La courbe ci-contre donne la variation de l'énergie cinétique du système en fonction de l'élongation x de (S).

a°) Justifier l'allure de la courbe en établissant l'expression de l'énergie cinétique Ec en fonction de x ,K et E_{C0} :énergie cinétique initiale du solide .

b°) Déterminer en utilisant la courbe les valeurs de E_{C0},Xm et K.

c°) En déduire la valeur de la masse m sachant que la période propre est de valeur t0= 0,4 s.

3°) Etablir l'équation horaire du mouvement .

4°) On immobilise le système , on écarte le solide (S) d'une distance X_0= 5cm et on l'abandonne à lui –même sans vitesse initiale à t=0s. Au cours de son mouvement le solides S est , maintenant , soumis à une force de frottement visqueux $\vec{f} = -h.\vec{v}$ (h constante positive).

a°) Etablir l'équation différentielle des oscillations en x (élongation de (S)).

b°) L'amplitude des oscillations de (S) diminue de 2/10 de sa valeur au cours de chaque pseudo période T.

b_1°) Nommer le régime d'oscillation.

b_2°) Déterminer l'élongation du solide à t1=2T.

b_3°) Calculer la variation de l'énergie mécanique du système entre les instants de dates t_0=0 et t_1 =2T.

Exercice n°3 :

Soit un pendule horizontal constitué d'un ressort (R) de raideur K et de masse négligeable ,enfilé à travers une tige , à l'extérieur duquel est soudé un solide (S) de masse m ponctuel pouvant coulisser sans frottement à travers la tige.

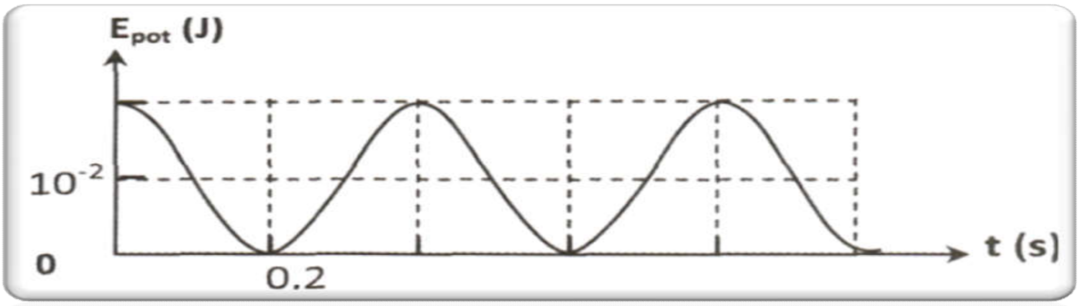
On comprime le ressort de 5cm puis on l'abandonne à lui même sans vitesse à t=0.

1°) a°) Donner l'expression de l'énergie mécanique du pendule élastique en fonction de K,m,x(élongation de (S) à l'instant t)et v (la vitesse de (S) à l'instant t).

b°) Sachant que le système {(S) , (R) } est conservatif, déduire l'équation différentielle régissant les oscillations de (S).

c°) Préciser la nature du mouvement du solide (S) et exprimer sa pulsation en fonction de K et m.

2°) Le graphe suivant représente les variations de l'énergie potentielle élastique du pendule au cours du temps.



a°) Etablir l'expression de l'énergie potentielle élastique en fonction de K ,Xm et t.

b°) Déduire l'expression de l'énergie mécanique en fonction de K,et Xm (Xm amplitude des oscillations).

c°) En déduire la valeur de la raideur K du ressort.

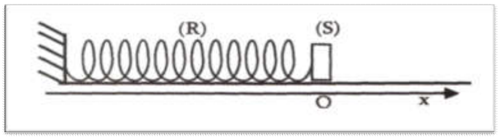
d°) Déterminer la période de l'énergie potentielle et en déduire la période des oscillations .

3°) a°) Calculer alors la masse m du solide (S).

b°) Ecrire l'équation horaire du mouvement du solide (S).

c°) Déterminer les positions pour lesquelles, la vitesse du solide (S) est réduire à moitié de sa valeur au acquise au passage par sa position d'équilibre ?

Exercice n°4 :



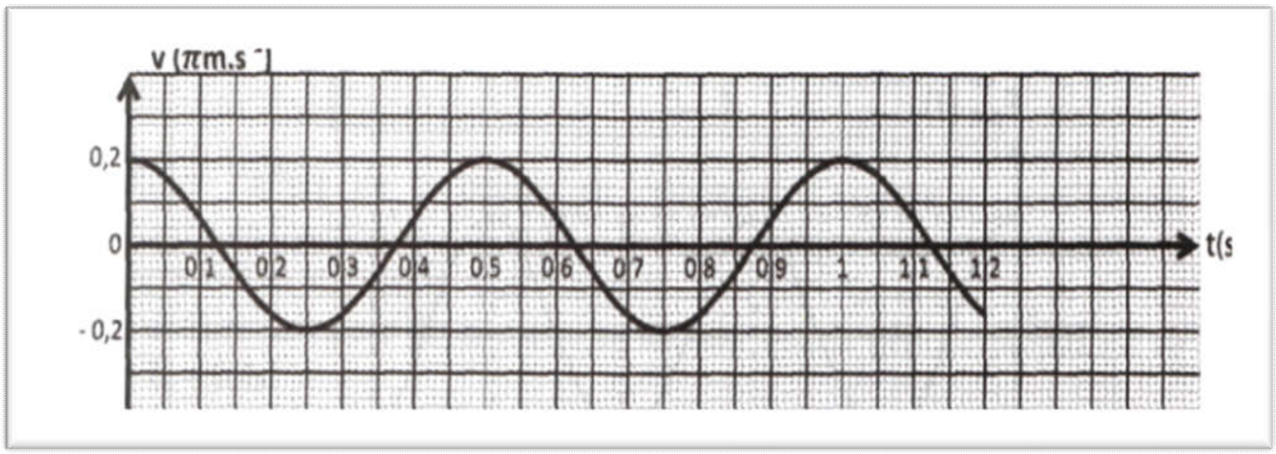
On considère un pendule élastique formé par un solide (S) de masse m et un ressort (R) à spires non jointives et de raideur K. Le pendule peut se déplacer sur un plan horizontal parfaitement lisse.

1°) Etablir l'équation différentielle caractéristique du mouvement du solide (S).

2°) Sachant que cette équation différentielle admet une solution de la forme : $x(t) = X_m.\sin(\omega_0 t + \varphi)$.

a°) Etablir la relation entre $(V_m \; et X_m)$ et $(\varphi_v \; et \; \varphi_x)$.

b°) Ci-dessous on donne le chronogramme de la variation de la vitesse en fonction du temps, v=f(t).

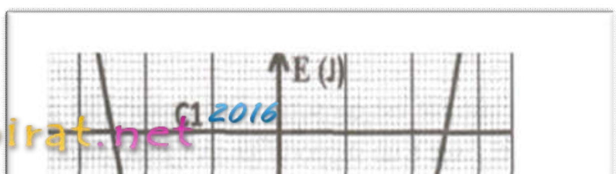


Déterminer : $T_0, V_m, \varphi_v et \omega_0$.

c°) Déduire X_m et φ_x , puis x(t).

3°) Montrer que l'énergie mécanique du pendule élastique se conserve au cours du temps.

4°) Le graphe suivant représente les courbes E_P=f(x) et E=g(x) ou E_p et E représentent respectivement l'énergie potentielle et l'énergie mécanique du pendule élastique.



a°) Identifier chacune des deux courbes en justifiant la réponse.

b°) En exploitant le graphe , déterminer la raideur K du ressort et la masse m du solide.

c°) Déterminer l'énergie cinétique du solide lorsqu' 'il passe par le point d'abscisse x= 4cm.

5°) Le solide (S) est maintenant soumis à des forces de frottement de type visqueux $\vec{f} = -h.\vec{v}.$

a°) L'équation différentielle du mouvement du solide (S)est : $\frac{d^2x}{dt^2} + 4{,}96\frac{dx}{dt} + 157{,}91.x = 0.$

Trouver la valeur du coefficient du frottement h.

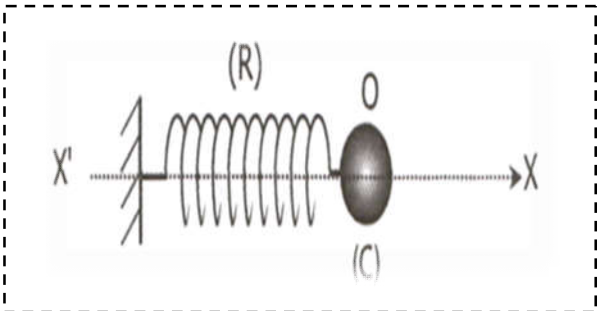
b°) La courbe relative à l'élongation du centre d'inertie en fonction du temps, x(t) est donnée par le graphe suivant :

* Nommer le régime d'oscillation.

* Calculer la variation de l'énergie mécanique du pendule entret_1=0s et t_2=1,5s.

Exercice n°5 :

Un pendule élastique est constitué d'un ressort (R) de raideur K, dont l'une des extrémités est fixée à un support fixe. A l' autre extrémité est attaché un solide (C) supposé ponctuel de masse m. Le solide (C) peut glisser sans frottement sur un plan horizontal ;sa position est repérée sur un axe X'OX confondu avec l'axe du ressort .



A l'équilibre (C) se trouve au point O ;origine des espaces on écarte le solide (C) vers un point d'abscisse x_0 et lui communique une vitesse v_0 à l'origine des temps (t=0). Le corps (C) effectue donc des oscillations . Un enregistrement a permis de tracer la courbe représentant la variation de l'élongation x du temps.

I°) 1°) a°) En appliquant la R.F.D, établir l'équation différentielle du mouvement.

b°) Vérifier que la solution de cette équation est une fonction sinusoïdale et déterminer sa pulsation propre.

2°) a°) En exploitant la courbe de la figure (1) , déterminer :

* La pulsation propre de l' oscillateur.

*L'abscisse initiale x_0.

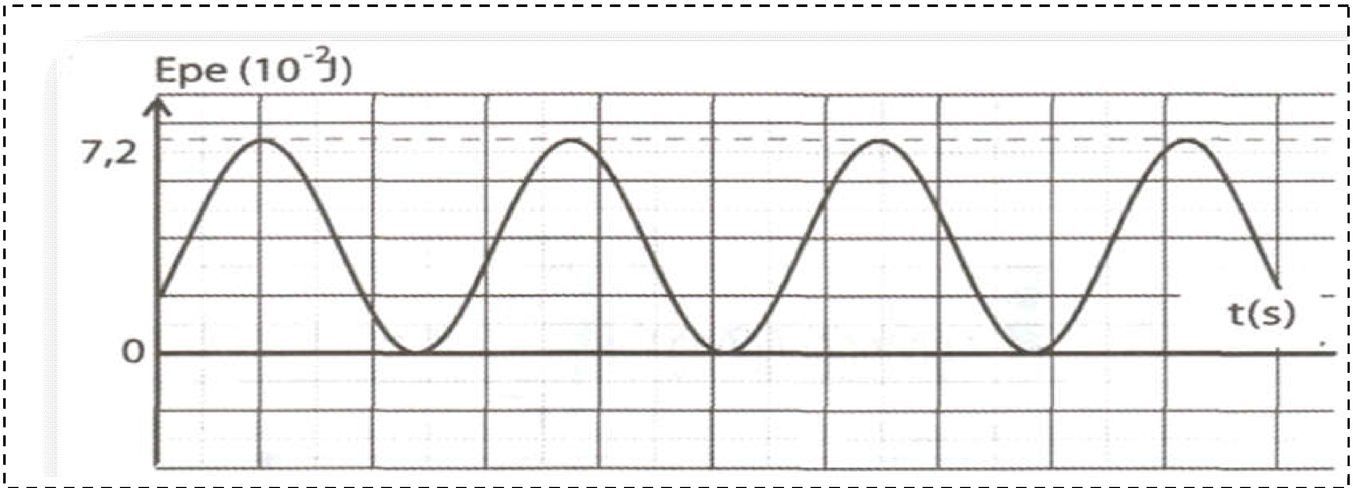
*L'amplitude Xm.

*La phase initiale φ.

b°) En déduire l'équation horaire du mouvement.

c°) Déterminer la valeur de vitesse V_0.

II°) Un dispositif approprié a permis de tracer la courbe de la variation de l' énergie cinétique du solide (C) au



1°) a°) Déterminer l'expression de l'énergie potentielle E_{Pe} en fonction du temps et vérifier qu'elle s'écrit sous la forme d'une somme d' un terme constant et d'une fonction sinusoïdale.

b°) En déduire la valeur de la période T_{EPe} de l'énergie potentielle élastique.

2°) Montrer que le système {(C) , ressort } est conservatif.

3°) En exploitant la courbe de la figure 2 déterminer la masse m et déduire la raideur K du ressort.

4°) Représenter sue la figure 2 la courbe de la variation de l'énergie cinétique en fonction du temps , en indiquant les valeurs initiales de Ec et Ep.