

**Exercice n°1 : ( 3 points)****Choisir l'unique bonne réponse et sans justification.**

1) l'espace est muni d'un repère orthonormé.

L'ensemble des points M de l'espace vérifiant :  $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0$  est

a) une droite                      b) un plan                      c) une sphère

2)  $\int_1^0 \sqrt{x^4 + 3} dx$  est :                      a) négatif                      b) positif3) Soit F une primitive de la fonction f définie sur IR par  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$  alors la fonction définie sur $\left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[$  par  $G(x) = F(\operatorname{tg} x)$  est dérivable et on a :a)  $G'(x) = 1 + \operatorname{tg}^2 x$                       b)  $G'(x) = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$                       c)  $G'(x) = 1$ **Exercice n°2 : (6 points)**L'espace est muni d'un repère orthonormé  $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

On considère les points A(-2,2,1), B(-2,1,1), C(0,-1,3) et I(1,1,2).

1) a) Montrer que les points A, B et C déterminent un plan noté P.

b) Montrer qu'une équation cartésienne du plan P :  $x - z + 3 = 0$ .

2) a) Montrer que les points O, A, B et C ne sont pas coplanaires.

b) Calculer le volume du tétraèdre OABC.

3) Soit la sphère d'équation :  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + 3 = 0$ a) Montrer que S est la sphère de centre I et de rayon  $\sqrt{3}$ .

b) Déduire que S et P sont sécantes en un cercle dont on précisera le centre H et le rayon.

4) Soit le plan Q :  $x + z + \sqrt{6} - 3 = 0$ 

a) Montrer que P et Q sont perpendiculaires.

b) Montrer que S et Q sont tangents puis déterminer les coordonnées de leur point de contact E.

**Exercice n°3 : ( 5 points)**Soit la fonction définie sur  $] -1, +\infty[$  par  $f(x) = x - \frac{1}{\sqrt{x+1}}$  et soit  $(C_f)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1) a) Etudier les variations f.

b) Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet dans  $] -1, +\infty[$  une unique solution  $\alpha$ .c) Vérifier que  $0 < \alpha < 1$ d) Montrer que la droite D :  $y = x$  est une asymptote oblique à  $(C_f)$  au voisinage de  $+\infty$ .e) Construire  $(C_f)$ .2) a) Montrer que f réalise une bijection de  $] -1, +\infty[$  sur un intervalle J que l'on déterminera.b) Construire dans le même repère la courbe de  $f^{-1}$ .3) Calculer l'aire A de la partie du plan limitée par  $(C_f)$ , la droite D et les droites d'équations  $x = 0$  et  $x = 2$ 4) Calculer en fonction de  $\alpha$  l'aire de la partie du plan limitée par les courbes de f,  $f^{-1}$  et les droites d'équations  $x = 0$  et  $x = 2$  et  $y = 2$ .

**Exercice n°3 : (6 points)**

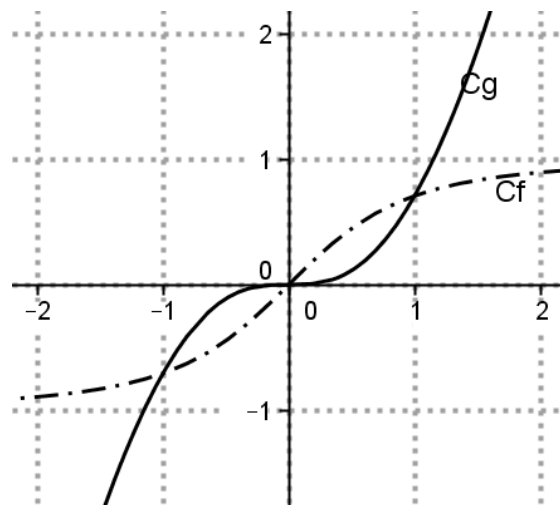
Soit la suite définie sur  $\mathbb{N}$  par  $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{\sqrt{x^2 + 1}} dx$

- 1) a) Montrer que  $(I_n)$  est décroissante.  
b) Montrer que  $(I_n)$  est positive et déduire quelle est convergente.  
c) Montrer que  $0 \leq \frac{x^n}{\sqrt{x^2 + 1}} \leq x^n$  puis déduire que  $0 \leq I_n \leq \frac{1}{n+1}$ . Calculer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$
- 2) a) Calculer  $I_1$ .  
b) Par une intégration par partie montrer que :  $I_3 = \frac{2 - \sqrt{2}}{3}$

3) Dans la figure ci dessous on a représenté dans un repère orthonormé les fonctions définies sur

$\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$  et  $g(x) = \frac{x^3}{\sqrt{x^2 + 1}}$ .

- a) Vérifier que  $g$  est impaire puis calculer l'aire de la partie du plan limitée par  $C_g$ , l'axe des abscisses et les droites d'équation  $x = -1$  et  $x = 1$
- b) Calculer l'aire B du plan limitée par  $C_f$ ,  $C_g$  et les droites d'équation  $x = 0$  et  $x = 1$ .



**Bon travail**