Lycée Secondaire El Ksour	Série D'exercices Probabilité	Prof Bouzouraa Chaouki
Année Scolaire 2015-2016	MATHÉMATIQUES	BAC

Exercice 1

On dispose de deux urnes et d'un dé cubique bien équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6.
L'urne U_1 contient trois boules rouges et une boule noire.
L'urne U_2 contient trois boules rouges et deux boules noires.
Une partie se déroule de la façon suivante : le joueur lance le dé ; si le résultat est 1, il tire au hasard une boule dans l'urne U_1, sinon il tire au hasard une boule dans l'urne U_2.
On considère les évènements suivants :
A : « obtenir 1 en lançant le dé »
B : « obtenir une boule noire ».

a. Construire un arbre pondéré traduisant cette expérience aléatoire.

b. Montrer que la probabilité d'obtenir une boule noire est $\frac{3}{8}$.

c. Sachant que l'on a tiré une boule noire, calculer la probabilité d'avoir obtenu 1 en lançant le dé.

Exercice 2

Les 300 personnes travaillant dans un immeuble de bureaux de trois niveaux ont répondu aux deux questions suivantes :

- « À quel niveau est votre bureau ? »
- « Empruntez-vous l'ascenseur ou l'escalier pour vous y rendre ? »

Voici les réponses :

- 225 personnes utilisent l'ascenseur et, parmi celles-ci, 50 vont au 1er niveau, 75 vont au 2e niveau et 100 vont au 3e niveau.
- Les autres personnes utilisent l'escalier et, parmi celles-ci, un tiers va au 2e niveau, les autres vont au 1er niveau.

On choisit au hasard une personne de cette population.
On pourra considérer les évènements suivants :

– N_1 : « La personne va au premier niveau. »
– N_2 : « La personne va au deuxième niveau. »
– N_3 : « La personne va au troisième niveau. »
– E : « La personne emprunte l'escalier. »

1. Traduire l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.

2. **a.** Montrer que la probabilité que la personne aille au 2e niveau par l'escalier est égale à $\frac{1}{12}$.

b. Montrer que les évènements N_1, N_2 et N_3 sont équiprobables.

c. Déterminer la probabilité que la personne emprunte l'escalier sachant qu'elle va au 2e niveau.

Exercice 3

On dispose d'un test de dépistage de ce virus qui a les propriétés suivantes :

– La probabilité qu'une personne contaminée ait un test positif est de 0,99 (sensibilité du test).
– La probabilité qu'une personne non contaminée ait un test négatif est de 0,97 (spécificité du test).

On fait passer un test à une personne choisie au hasard dans cette population.
On note V l'évènement « la personne est contaminée par le virus » et T l'évènement « le test est positif ».
$\overline{V}$ et $\overline{T}$ désignent respectivement les évènements contraires de V et T.

1. **a.** Préciser les valeurs des probabilités $P(V)$, $P_V(T)$, $P_{\overline{V}}(\overline{T})$.
Traduire la situation à l'aide d'un arbre de probabilités.

b. En déduire la probabilité de l'évènement $V \cap T$.

2. Démontrer que la probabilité que le test soit positif est 0,049 2.

Exercice 4

1. Un magasin de matériel informatique vend deux modèles d'ordinateur au même prix et de marques M_1 et M_2. Les deux ordinateurs ont les mêmes caractéristiques et sont proposés en deux couleurs : noir et blanc.

D'après une étude sur les ventes de ces deux modèles, 70 % des acheteurs ont choisi l'ordinateur M_1 et, parmi eux, 60 % ont préféré la couleur noire. Par ailleurs, 20 % des clients ayant acheté un ordinateur M_2 l'ont choisi de couleur blanche.

On utilise la liste des clients ayant acheté l'un ou l'autre des ordinateurs précédemment cités et on choisit un client au hasard.

a. La probabilité qu'un client choisi au hasard ait acheté un ordinateur M_2 de couleur noire est :

Réponse A : $\frac{3}{5}$ **Réponse B :** $\frac{4}{5}$ **Réponse C :** $\frac{3}{50}$ **Réponse D :** $\frac{6}{25}$

b. La probabilité qu'un client choisi au hasard ait acheté un ordinateur de couleur noire est :

Réponse A : $\frac{21}{50}$ **Réponse B :** $\frac{33}{50}$ **Réponse C :** $\frac{3}{5}$ **Réponse D :** $\frac{12}{25}$

c. Le client a choisi un ordinateur de couleur noire. La probabilité qu'il soit de marque M_2 est :

Réponse A : $\frac{4}{11}$ **Réponse B :** $\frac{6}{25}$ **Réponse C :** $\frac{7}{11}$ **Réponse D :** $\frac{33}{50}$

2. Une urne contient 4 boules jaunes, 2 boules rouges et 3 boules bleues.
Les boules sont indiscernables au toucher.
L'expérience consiste à tirer au hasard et simultanément 3 boules de l'urne.

a. La probabilité d'obtenir trois boules de même couleur est :

Réponse A : $\frac{11}{81}$ **Réponse B :** $\frac{2}{7}$ **Réponse C :** $\frac{5}{84}$ **Réponse D :** $\frac{4}{63}$

b. La probabilité d'obtenir trois boules de trois couleurs différentes est :

Réponse A : $\frac{2}{7}$ **Réponse B :** $\frac{1}{7}$ **Réponse C :** $\frac{1}{21}$ **Réponse D :** $\frac{79}{84}$

c. On répète plusieurs fois l'expérience, de manière indépendante, en remettant à chaque fois les trois boules dans l'urne.

Le nombre minimal d'expériences à réaliser pour que la probabilité de l'évènement « obtenir au moins une fois trois boules jaunes » soit supérieure ou égale à 0,99 est :

Réponse A : 76 **Réponse B :** 71 **Réponse C :** 95 **Réponse D :** 94

Exercice 5

Une entreprise fabrique des lecteurs MP3, dont 6 % sont défectueux.
Chaque lecteur MP3 est soumis à une unité de contrôle dont la fiabilité n'est pas parfaite.
Cette unité de contrôle rejette 98 % des lecteurs MP3 défectueux et 5 % des lecteurs MP3 fonctionnant correctement.
On note :

- D l'évènement : « le lecteur MP3 est défectueux » ;
- R l'évènement : « l'unité de contrôle rejette le lecteur MP3 ».

1. Faire un arbre pondéré sur lequel on indiquera les données qui précèdent.

2. **a.** Calculer la probabilité que le lecteur soit défectueux et ne soit pas rejeté.

b. On dit qu'il y a une erreur de contrôle lorsque le lecteur MP3 est rejeté alors qu'il n'est pas défectueux, ou qu'il n'est pas rejeté alors qu'il est défectueux.
Calculer la probabilité qu'il y ait une erreur de contrôle.

3. Montrer que la probabilité qu'un lecteur MP3 ne soit pas rejeté est égale à 0,894 2.

Exercice 6

1. On désigne par A et B deux évènements indépendants d'un univers muni d'une loi de probabilité p.
   On sait que $p(A \cup B) = \dfrac{4}{5}$ et $p\left(\overline{A}\right) = \dfrac{3}{5}$.
   La probabilité de l'évènement B est égale à :

   a. $\dfrac{2}{5}$ **b.** $\dfrac{2}{3}$ **c.** $\dfrac{3}{5}$ **d.** $\dfrac{1}{2}$

2. On note X une variable aléatoire continue qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,04$.
   On rappelle que pour tout réel t positif, la probabilité de l'évènement $(X \leqslant t)$, notée $p(X \leqslant t)$, est donnée par $p(X \leqslant t) = \displaystyle\int_0^t \lambda e^{-\lambda x}\, dx$.
   La valeur approchée de $p(X > 5)$ à 10^{-2} près par excès est égale à :

   a. $0,91$ **b.** $0,18$ **c.** $0,19$ **d.** $0,82$

3. Dans ma rue, il pleut un soir sur quatre.
   S'il pleut, je sors mon chien avec une probabilité égale à $\dfrac{1}{10}$; s'il ne pleut pas, je sors mon chien avec une probabilité égale à $\dfrac{9}{10}$.
   Je sors mon chien ; la probabilité qu'il ne pleuve pas est égale à :

   a. $\dfrac{9}{10}$ **b.** $\dfrac{27}{40}$ **c.** $\dfrac{3}{4}$ **d.** $\dfrac{27}{28}$

Exercice 7

Une usine produit des sacs. Chaque sac fabriqué peut présenter deux défauts : le défaut a et le défaut b. Un sac est dit défectueux s'il présente au moins l'un des deux défauts.

1. Dans cette question les probabilités demandées seront données avec leurs valeurs décimales exactes.
   On prélève un sac au hasard dans la production d'une journée.
   On note A l' évènement « le sac présente le défaut a » et B l'évènement « le sac présente le défaut b ». Les probabilités des évènements A et B sont respectivement $P(A) = 0,02$ et $P(B) = 0,01$; on suppose que ces deux évènements sont indépendants.
   a. Calculer la probabilité de l'évènement C « le sac prélevé présente le défaut a et le défaut b ».
   b. Calculer la probabilité de l'évènement D « le sac est défectueux ».
   c. Calculer la probabilité de l'évènement E « le sac ne présente aucun défaut ».
   d. Sachant que le sac présente le défaut a, quelle est la probabilité qu'il présente aussi le défaut b ?

2. On suppose que la probabilité (arrondie au centième) qu'un sac soit défectueux est égale à $0,03$.
   On prélève au hasard un échantillon de 100 sacs dans la production d'une journée. La production est suffisamment importante pour que l'on assimile ce prélèvement à un tirage avec remise de 100 sacs. On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement de 100 sacs, associe le nombre de sacs défectueux.
   a. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
   b. Quelle est la probabilité de l'évènement « au moins un sac est défectueux » ? On arrondira cette probabilité au centième. Interpréter ce résultat.
   c. Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X.
   Interpréter ce résultat dans le cadre de l'énoncé.