

| Questions   | Comment réagir   |
|---|--|
| Forme : $-\infty + \infty$  | <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Si <math>f</math> est une fonction polynôme de monôme du plus haut degré <math>a_n x^n</math> :<br/> <math display="block">\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} a_n x^n</math> </li> <li>❖ Si <math>f</math> est une fonction irrationnelle : <ul style="list-style-type: none"> <li>• On multiplie par l'expression conjuguée si la somme des termes dominant égaux à 0.</li> <li>• On factorise si la somme des termes dominant différents de 0.</li> </ul> </li> </ul> |
| Forme $0 \times \infty; \frac{\infty}{\infty}$  | <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Si <math>f</math> est une fonction rationnelle de monôme du plus haut degré <math>a_n x^n</math> au numérateur et <math>b_p x^p</math> au dénominateur : <math>\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left( \frac{a_n x^n}{b_p x^p} \right)</math>.</li> <li>❖ Si <math>f</math> est une fonction irrationnelle : on factorise.</li> </ul>   |
| Forme : $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \frac{0}{0}$   | <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ Si <math>f</math> est une fonction rationnelle on factorise par <math>(x-a)</math> en utilisant les produits remarquables ou le trinôme <math>ax^2 + bx + c = a(x-x')(x-x'')</math>.</li> <li>❖ Si <math>f</math> est une fonction irrationnelle on multiplie par l'expression conjuguée.</li> </ul>  |
| Etudier la continuité de $f$ en $x_0$ .   | ❖ On cherche $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ et la comparer avec $f(x_0)$ .  |
| Déterminer domaine de continuité de $f$   | ❖ Rédaction en utilisant les opérations sur les fonctions continues (Somme, produit, rapport, composé .....  |
| Montrer que $\sqrt{f}$ est continue sur I.  | <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ <math>f</math> continue sur I.</li> <li>❖ <math>f(x) \geq 0</math> pour tout <math>x \in I</math>.</li> </ul>   |
| Montrer que $f \circ g$ est continue sur I.   | <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ <math>f</math> continue sur J.</li> <li>❖ <math>g</math> continue sur I.</li> <li>❖ <math>g(I) \subset J</math></li> </ul>  |
| Déterminer $f([a, b])$ ou $f$ est une fonction continue sur $[a, b]$ .  | <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ <math>f([a, b]) = [m, M]</math> avec <math>m = \min(f)</math> et <math>M = \max(f)</math> sur <math>[a, b]</math>.</li> <li>❖ <math>f([a, b]) = [f(a), f(b)]</math> si <math>f</math> est croissante sur <math>[a, b]</math>.</li> <li>❖ <math>f([a, b]) = [f(b), f(a)]</math> si <math>f</math> est décroissante sur <math>[a, b]</math>.</li> </ul>   |
| Montrer que $f(x) = k$ (respectivement $f(x) = 0$ ) admet une solution unique $\alpha$ sur I et que $\alpha \in ]a, b[$ | <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ <math>f</math> est continue sur I.</li> <li>❖ <math>k \in f(I)</math> (respectivement <math>0 \in f(I)</math>).</li> <li>❖ <math>f</math> est strictement monotone sur I (Pour l'unicité de la solution)</li> <li>❖ <math>k</math> compris entre <math>f(a)</math> et <math>f(b)</math> ( resp <math>f(a) \times f(b) &lt; 0</math>) (pour dire que <math>\alpha \in ]a, b[</math>)</li> </ul>  |
| Montrer que $f(x) = x$ admet une solution unique $\alpha$ sur I et que $\alpha \in ]a, b[$                              | ❖ On pose $g(x) = f(x) - x$ et l'équation devient $g(x) = 0$   |
| Etudier les variations de $f$ .   | <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ <math>Df</math> et limites aux bornes de <math>Df</math>.</li> <li>❖ Calculer <math>f'(x)</math> et son signe.</li> <li>❖ Tableau de variation.</li> </ul>  |

|   |   |
|---|---|
| Interpréter<br>$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$   | ❖ La droite d'équation $x = a$ est une asymptote verticale à $C_f$ .  |
| Interpréter<br>$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a$   | ❖ La droite d'équation $y = a$ est une asymptote horizontale à $C_f$ .  |
| Montrer que la droite<br>D : $y = ax + b$ est une<br>asymptote à $C_f$  | ❖ Montrer que $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - (ax + b)) = 0$ .  |
| Interpréter :<br>$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{f(x)}{x} \right) = 0$  | ❖ $C_f$ admet une branche parabolique de direction (xx').   |
| Interpréter :<br>$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{f(x)}{x} \right) = \infty$   | ❖ $C_f$ admet une branche parabolique de direction (yy').   |
| Interpréter :<br>$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{f(x)}{x} \right) = a$<br>et interpréter :<br>$\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - ax) = 0$ | ❖ $C_f$ admet une branche parabolique de direction $y=ax$ .   |
| Montrer que D : $x = a$<br>est un axe de symétrie<br>pour $C_f$ .   | ❖ Vérifier que : <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\forall x \in D_f : 2a - x \in D_f</math>.</li> <li>• <math>f(2a - x) = f(x)</math>.</li> </ul>     |
| Montrer que I (a,b) est<br>un centre de symétrie<br>pour $C_f$ .  | ❖ Vérifier que : <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\forall x \in D_f : 2a - x \in D_f</math>.</li> <li>• <math>f(2a - x) = 2b - f(x)</math></li> </ul> |
| Etudier la position<br>relative entre $C_f$ et la<br>droite D : $y = ax+b$ .  | ❖ Etudier le signe de $f(x) - (ax + b)$   |
| Préciser l'intersection<br>de $C_f$ avec l'axe des<br>abscisses (xx')   | ❖ Résoudre l'équation $f(x) = 0$ .  |
| Préciser l'intersection<br>de $C_f$ avec l'axe des<br>ordonnées (yy')   | ❖ Calculer $f(0)$ le point est de la forme $(0, f(0))$ .  |